

LA TEORIA DE LA PREFERENCIA REVELADA

Al objeto de entrar de una forma ordenada en la exposición de la teoría del epígrafe, nos serviremos de una pequeña introducción para hacer un poco de historia y recordar las diversas teorías que se han ocupado del comportamiento del consumidor.

Estas diversas teorías las podíamos clasificar en:

Teorías especulativas.

- 1.º La Teoría de PARETO-HICKS.
- 2.º La Teoría de MARSHALL.
- 3.º La Teoría de la "Preferencia revelada" (ANTONELLI-SAMUELSON).

Teorías empíricas.

- 1.º Análisis estadísticos de la demanda.
- 2.º Marketing research.
- 3.º Modelos econométricos.

Estando las teorías empíricas íntimamente unidas a las especulativas, como es lógico, aunque estos lazos de unión no hayan sido todo lo positivos que se hubiera deseado, haremos nuestra pequeña historia partiendo de la exposición de las dos primeras teorías especulativas.

En la *Teoría de PARETO-HICKS*, un axioma, tres postulados y tres hipótesis, una vez aceptados, hacen invulnerable el maravilloso edificio lógico sobre el cual descansa.

Estos son:

Axioma: El sujeto desea hacer máxima su satisfacción.

Primer postulado: Entre dos cualesquiera combinaciones del conjunto de bienes (X) se puede siempre establecer una relación de indiferencia o una de preferencia.

Segundo postulado: La relación de indiferencia es reflexiva, simétrica y transitiva.

Tercer postulado: La relación de preferencia es solamente transitiva, en el sentido de que si una combinación es preferida a otra, ésta no puede preferirse a la primera.

Primera hipótesis: La no saciedad; una combinación mayor es siempre preferida a una menor.

Segunda hipótesis: Las cantidades podrán variar de un modo continuo.

Tercera hipótesis: Diferenciabilidad; es decir, la función índice de utilidad admite derivadas continuas de primero y segundo orden.

Los tres postulados nos definen un campo ordenado de preferencias y las tres hipótesis nos permiten darle un enfoque matemático clásico, según la teoría de funciones, cálculo diferencial e integral. El axioma nos lo convierte en un problema de máximos.

Una vez planteado el problema matemáticamente, el edificio progresa y va alcanzando su perfección así:

— Determinación del problema de máximo; siendo la condición necesaria el cumplimiento de la ley de las utilidades marginales ponderadas y la suficiente la convexidad de las hipersuperficies de indiferencia.

— Demostración de que la función arbitraria no interviene en los resultados, y podemos manejar el determinante formado por las primeras y segundas derivadas de las utilidades de los diversos bienes.

— Efecto sobre la demanda de un aumento en los ingresos, con la determinación del *efecto renta*.

— Efecto sobre la demanda de un aumento en los precios, con la determinación del *efecto sustitución* y sus cinco propiedades.

1.º Simetría del efecto sustitución, debida a SLUTSKY (1).

2.º Ser contrario al movimiento del precio, debida también a SLUTSKY (1).

3.º Comportamiento de un grupo de bienes como un solo bien, si

(1) E. SLUTSKY (1915), *Sulla teoria del bilancio del consumatore*. "Giornale degli Economisti", n.º 51.

los precios de los mismos varían proporcionalmente, debida a **HOTELLING** (2).

4.º La suma de los valores de las variaciones de la demanda de todas las mercancías debidas a las del precio de uno de ellos compensado, es nula, debida a **SLUTSKY** (3).

5.º El valor de los incrementos de todos los bienes, menos del bien cuyo precio varía, siendo esta variación compensada, tiene el mismo signo que el de la variación del precio, debida a **HICKS** y **ALLEN** (4).

Se ha hablado mucho de los puntos débiles de la teoría paretiana, tales como que supone condiciones ideales que están muy lejos de la realidad, que la determinación de un campo de preferencias y la maximización de la utilidad pueden dar lugar a críticas, etc. Sólo debemos pensar que las conclusiones prácticas serían o ya hubieran sido altamente prometedoras si se hubieran podido definir, aunque sólo sea de una forma aproximada funciones índice de utilidad *colectivas*. A pesar de ello no podemos decir que esta teoría haya sido estéril.

Dejando aparte su influencia sobre la teoría del bienestar, con el auxilio de la estadística se realizaron una serie de estudios empíricos sobre la demanda, en los que sobresalen los nombres de **MOORE** (5), **MITCHELL** (6), **SCHULTZ** (7), **ALLEN** y **BOWLEY** (8) y, posteriormente, **WOLD** (9) y **STONE** (10). A esta dirección empírica **KOOPMANS** (11), en su artículo "Measurement without theory" le quiso dar un sentido an-

(2) H. HOTELLING (1932), *Edgeworth's taxation paradox and the nature of demand and supply functions*. "Journal Pol. Econ.", 40.

(3) E. SLUTSKY, obra citada. Véase también R. G. D. ALLEN (1936). Profesor SLUTSKY, *Theory of consumer's choice*. "Review of Economic Studies".

(4) J. R. HICKS y R. G. D. ALLEN (1934), *A reconsideration of the Theory of Value*. "Económica", 1.

(5) H. L. MOORE (1924), *Economic Cycles, their laws and their causes*. N. Y.

(6) W. C. MITCHELL y A. F. BURNS (1948), *Measuring business cycles*. N. Y.

(7) H. SCHULTZ (1938), *The theory and measurement of demand*. Chicago.

(8) R. G. D. ALLEN y A. L. BOWLEY (1935), *Family expenditure*. Londres.

(9) H. WOLD (1935), *Demand analysis*. New York. (Traducido por el Instituto de Investigaciones Estadísticas, 1956.)

(10) R. STONE (1948), *The analysis of market demand: an outline of methods and results*. "Revue Inst. Intern. Statist.", 16.

— (1951), *The rôle of measurement in economics*. Cambridge (1951), *The demand for food in the United Kingdom before the War*. "Metroeconomía", 3.

(11) T. C. KOOPMANS (1947), *Measurement without theory*. "Rev. Econ. Statist.", 29.

teórico como reacción ante la poca eficacia de la Teoría. Pero en realidad estos estudios encontraron sus ideas base, su punto de partida en la misma, ya que, además de que frecuentemente trata de confirmar empíricamente los resultados teóricos, sus cálculos se limitan a estudios de demanda de corte clásico, como:

$$D = C \cdot r^E p_x^{-e} p_y^b \dots z^a$$

donde p_x , p_y son los precios de los bienes, r la renta, z otros factores que influyen en la demanda, y E , e , b , a , ... etc., las elasticidades respectivas (elasticidad constante); como las de TÖRNQVIST (12), SCHULTZ (13) ..., etcétera. Los datos se obtienen de dos fuentes principales de observaciones estadísticas: *a*), datos del presupuesto familiar; *b*), estadísticas de mercado, series históricas de ventas y precios.

En su intento de acercarse a la realidad, vemos cómo introducen la variable tiempo en sus cálculos, así los trabajos de SCHULTZ y MOORE (14). Pero en todos estos intentos y los que a continuación expondremos existe una *disparidad lógica* entre el método teórico y el empírico, porque aunque no han faltado valientes intentos para determinar las funciones de indiferencia, así los trabajos de THURSTONE (15), WALLIS y FRIEDMAN (16), los resultados son muy discutibles y el camino parece cerrado.

Precisamente por esta disparidad lógica, han nacido nuevas formas de enfocar la investigación; así tenemos la dirección econométrica, la sociológica y el "marketing research".

La dirección econométrica con influencia en muchas facetas del análisis keynesiano, pone en relación un "modelo" con una investigación estadística que basándose en el mismo determinará una "estructura"; un modelo simple de este tipo sería el siguiente:

$$d_t = D(p_t), s_t = S(p_{t-1}), p_t = p_{t-1} + Y(d_{t-1} - s_{t-1})$$

que nos da las relaciones entre la demanda, oferta y precios, incluyendo la variable tiempo; aplicaciones de este método las tenemos en los tra-

(12) L. TÖRNQVIST. Estudiadas por H. WOLD en la obra citada.

(13) H. SCHULTZ. Obra citada.

(14) H. SCHULTZ y H. L. MOORE. Obras citadas.

(15) L. L. THURSTONE (1931), *The indifference function*. "Journal for Social Psychology".

(16) W. A. WALLIS y M. FRIEDMAN (1942), *The empirical derivation of indifference functions*. "Studies in mathematical economics and econometrics in memory of Henry Schultz". Chicago.

bajos de GIRSCHICK; y HAAVELMO (17). La influencia keynesiana proviene a través de los modelos en que intervienen las variables macroeconómicas, consumo, ahorro, volumen de dinero, inversión, etc..., un intento de relacionar la teoría paretiana con el enfoque keynesiano los tenemos en KLEIN (18); este análisis lleva consigo todas las críticas y dificultades inherentes al método paretiano.

La dirección psicológica o análisis de motivaciones, de la cual podemos citar el trabajo de KATONA (19), está unida en cuanto al método estadístico a la dirección conocida con el nombre de "Marketing research", cuyos resultados prácticos son altamente satisfactorios.

Lo dicho basta para observar que no existe una adecuación entre teoría y práctica, y que ante los múltiples problemas que presenta la última se han multiplicado los intentos empíricos, con más o menos base teórica, pero sin una adecuada Teoría que los agrupe, y todo ello porque *la Teoría Económica no puede ser únicamente un maravilloso edificio de lógica deductiva, sus teoremas y resultados deben ser susceptibles de aplicación.*

* * *

Respecto a la *Teoría de Marshall* del equilibrio parcial, existen tres teorías que intentan explicarla. Así, de los tres factores que intervienen en la demanda de un bien, gastos, precios y renta monetaria, las tres teorías coinciden en que Marshall consideró constantes la primera y tercera, y vienen a discutir sobre la interpretación que hay que dar a los precios. Dentro de éstos podemos distinguir el precio del bien considerado, los de los bienes relacionados con él por relaciones de carácter sustitutivo o complementario y los precios de los demás bienes. Sólo es sobre el tratamiento de este tercer grupo el que las teorías difieren (20).

La primera y tradicional teoría, considera constantes tanto a los pre-

(17) M. A. GIRSCHICK y T. HAAVELMO (1953), *Statistical analysis of the demand for food: examples of "simultaneous estimation" of structural equations*. "Studies in econometric method". Monografía n.º 14 de la Cowless Commission. New York.

(18) L. R. KLEIN (1950), *Economic fluctuations in the United States 1921-1941*. New York.

(19) G. KATONA (1951), *Psychological analysis of economic behaviour*. New York.

(20) Véase el trabajo de R. F. G. ALFORD (1956), *Marshall's Demand Curve*. "Económica", 89.

cios directamente relacionados como a los de los otros bienes. La segunda, debida a STIGLER (21), considera a estos otros precios expresados por medio de un índice de precios que también es constante, por lo que no difiere mucho de la anterior. La tercera teoría, debida a FRIEDMAN (22), también agrupa estos precios por medio de un índice, pero considera que éste se debe mover a fin de conservar igual el poder de compra.

El análisis se realiza comparando la utilidad marginal del bien considerado, su precio, la utilidad marginal de los otros bienes, sus precios y la utilidad marginal del dinero, estudiando en qué casos se pueden cumplir los supuestos del equilibrio parcial según sea la elasticidad de la utilidad marginal del bien considerado. No es necesario comentar que las críticas le han venido de la poca aplicabilidad del concepto utilidad marginal.

Entre los trabajos empíricos que citábamos al comentar la teoría paretiana, muchos de ellos estaban influenciados también por la teoría de Marshall, en cuanto los estudios estadísticos trataban de relacionar el precio de un bien con la cantidad demandada, permaneciendo los precios de los otros bienes constantes; pero fijándonos únicamente en algunos de directa influencia, recordaremos a PIGOU (23), que estudia las relaciones entre la elasticidad de la demanda de dos bienes bajo la hipótesis de la utilidad marginal del dinero constante; a FISHER (24), con su estudio sobre la utilidad marginal del dinero en relación al impuesto progresivo; a FRISCH (25) y a WAUGH (26), que trata de medir la utilidad marginal del dinero de 1917 a 1932 para Estados Unidos.

Como comentábamos, ha existido una notable influencia de esta teo-

(21) G. J. STIGLER (1947), *The theory of price*. New York.

(22) M. FRIEDMAN (1949), *The Marshallian Demand Curve*. "Journal of Political Economy", 60.

(23) A. C. PIGOU (1910), *A method of determining values of elasticities of demand*. "Economic Journal". Sobre la validez de la hipótesis de la utilidad marginal del dinero constante, véase P. SAMUELSON (1942), *Constancy of marginal utility of money*. "Studies in mathematical economics and econometrics". Obra citada.

(24) I. FISHER (1927), *A statistical method for measuring "marginal utility" and testing the justice of progressive tax*. Economic essays contributed in honour of John Bates Clark. New York.

(25) R. FRISCH (1932), *New methods of measuring marginal utility*. Tübingen.

(26) F. V. WAUGH (1935), *The marginal utility of money in the United States from 1917 to 1921 and from 1922 to 1932*. "Econometrika", 3.

ría en los estudios empíricos, principalmente a través de las mediciones de las relaciones entre precios y cantidades por medio de elasticidades, pero lo mismo que la teoría paretiana no ha servido para informar las múltiples facetas que los estudios empíricos necesitan.

TEORIA DE LA PREFERENCIA REVELADA

Y después de esta sucinta exposición de las teorías que precedieron a la que nos va a ocupar, trataremos ahora de mostrar lo que nos aporta la nueva *Teoría de la preferencia revelada* al conocimiento del comportamiento del consumidor. Este procedimiento, debido a ANTONELLI (27) pero redescubierto y actualizado por SAMUELSON (28), ha preocupado en distintos años a tratadistas del análisis de la demanda como HOUTHAKKER y HICKS de los que nos ocuparemos con amplitud. Así como el análisis paretiano trató de mejorar las hipótesis de naturaleza objetiva, dando al estudio del comportamiento un carácter más riguroso que el basado sobre la utilidad marginal, el nuevo procedimiento ha aparecido con promesas de una mayor operacionabilidad y objetividad a la vez que se intenta someterlo a un análisis económico.

El método que vamos a seguir no va a ser cronológico, sino que trataremos de exponerlo de la forma más sistemática posible. Comenzaremos por exponer la distinción entre orden "fuerte" y "débil".

El problema del orden

Según la primera, dada una determinada distribución de la renta del sujeto, esta decisión "revela" una definida preferencia sobre las otras distribuciones posibles con una misma renta y a unos precios dados. Por el contrario, si seguimos la dirección de una ordenación débil, la decisión del sujeto solamente revela que no hay otra distribución preferida, aunque puede haber otras indiferentes.

HICKS (29), al comenzar su estudio, introduce la simplificación de tratar a un grupo de bienes como un único bien, con la condición de

(27) G. B. ANTONELLI (1886), *Sulla teoria matematica della economia pura*. Pisa.

(28) P. A. SAMUELSON (1947), *Foundation of economic analysis*. Cambridge, Massachusetts. Existe traducción al español. Editorial "El Ateneo", Buenos Aires.

(29) J. R. HICKS (1956), *A revision of demand theory*. Oxford. Existe traducción al español. Fondo de Cultura Económica. México.

que la razón entre sus precios permanezca constante (tercera propiedad del efecto sustitución citada), y entonces reduce el estudio de los efectos de un cambio en el precio para un bien X, al estudio de la elección entre dos bienes: el bien X, el precio del cual varía y cuyos efectos queremos saber, y el bien compuesto M, que representa todos los otros bienes. Esta simplificación permite la representación gráfica.

Hagamos el supuesto que el sujeto gasta toda su renta, los posibles puntos que puede elegir vienen entonces (en la hipótesis que gaste toda su renta) condicionados por los puntos de la recta de balance aa en la figura 1, y suponemos que el sujeto escoge la situación A.

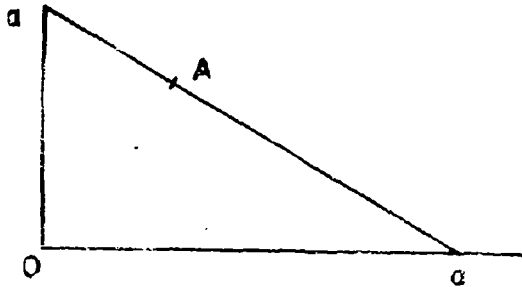


Fig.- 1

Es ahora cuando la interpretación que podemos dar a la conducta del sujeto difiere según sigamos alguna de las dos direcciones que apuntábamos. Es decir, si dentro del postulado general de que el sujeto manifiesta una preferencia al elegir, la ordenación de todas las posibles alternativas la hacemos de una forma fuerte o débil.

Si adoptamos el orden fuerte tendremos que decir que nuestro sujeto prefiere el punto A a cualquier otra alternativa posible, o lo que es lo mismo, a todos los restantes puntos de la recta (también de $a O a$, pero sólo consideremos los de la recta aa , porque gasta toda su renta). En este caso está "revelada" su preferencia sobre las otras alternativas. Pero como advierte HICKS (30): "Si nosotros interpretamos la hipótesis de preferencia como ordenada fuertemente, no podemos asumir que todos los puntos geométricos, dentro o en los límites del triángulo $a O a$, representen posibles alternativas", y esto porque un campo de dos di-

(30) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Oxford. Obra citada, pág. 39.

mensiones, como el que estamos considerando, no puede ser ordenado fuertemente, como veremos a continuación y, “por consiguiente, no tenemos otra alternativa que suponer que los bienes son solamente disponibles en unidades discretas, de forma que el diagrama sea concebido como dibujado en papel cuadrulado y las únicas posibles alternativas sean los vértices de los cuadrados” (31). En tal caso, la hipótesis de orden fuerte es aceptable y el punto A deberá estar en alguno de los vértices.

Naturalmente, esta hipótesis es bastante realista. Los bienes, en realidad, sólo son disponibles en unidades discretas, y era la hipótesis de la continuidad o perfecta divisibilidad, una de las que más dificultades introducía en el procedimiento paretiano. El que los bienes sean disponibles solamente en unidades discretas puede y debe ser aceptado para el bien x , pero con respecto al bien compuesto M nos va a crear dificultades. Porque el bien M, en la práctica, no podemos concebirlo más que como dinero, y aunque el dinero no sea perfectamente divisible, en realidad y comparándolo con las unidades de x , debe ser tomado como perfectamente divisible.

Por esto nos obliga a rechazar el orden fuerte en este caso, ya que las posibles alternativas no están ahora representadas por los vértices de un papel cuadrulado, sino por los puntos de todas las líneas paralelas que aparecen en la figura 2. Ahora bien: “Cada punto de estas líneas es una posible alternativa, pero tales alternativas no pueden ser

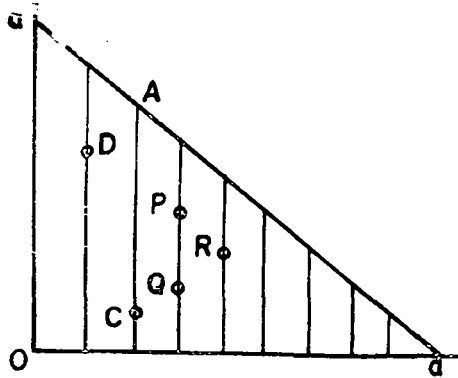


Fig.-2

(31) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Oxford. Obra citada, pág. 40.

ordenadas fuertemente, a menos que el conjunto de puntos de cada línea fuera preferido al de la anterior. Esto significaría que el consumidor siempre preferiría una unidad adicional de x , sea cualquiera el precio que haya pagado por ella. Es decir, que el punto C sería siempre preferido al D. Esto no tiene sentido. Por otra parte, si tomamos dos puntos, tales como P y Q, en la misma línea, y R en la siguiente, de forma que P sea preferido a R y R sea preferido a Q, siempre podremos encontrar un punto entre P y Q que sea indiferente con R" (32). Estamos dentro de una ordenación débil.

Otra hipótesis adicional añade Hicks a esta ordenación débil, al objeto de hacerla útil para sus posteriores investigaciones. La hipótesis es que si M lo consideramos como perfectamente divisible: "el consumidor siempre preferiría una cantidad más grande de M a una más pequeña" (33). Esto, que parece una simple tautología, nos permite asegurar que si supusiéramos en la figura 3 que A fuera indiferente con B,

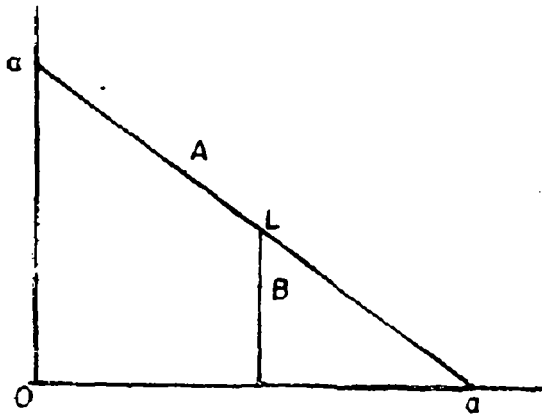


Fig - 3

en este caso el punto L, por la hipótesis adicional sería preferido al B, y sería ilógico, por tanto, que eligiera el A cuando podía haber elegido el L, que es por la hipótesis adicional preferido a ambos.

Por ello, dentro del orden débil, podemos decir que el punto considerado, elegido por el sujeto (gastando toda su renta), es preferido a todos los puntos interiores del triángulo, pero no podemos afirmar que lo sea a todos los de la recta de balance aa ; puede ser indiferente

(32) J. R. Hicks, *A revision of demand theory*. Oxford. Obra citada, pág. 41.

(33) J. R. Hicks, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 42.

con alguno de ellos. En el caso de que existan otras alternativas indiferentes la elección de la considerada A es una cuestión de azar. (Obsérvese la diferencia con la teoría paretiana; en ésta la indiferencia residía en las combinaciones de bienes representadas por las líneas de indiferencia. Dada una recta de balance no había más que un punto sobre ella, que proporcionaba al sujeto la máxima utilidad compatible con su recta; éste era el punto de equilibrio, que no podía ser indiferente con ningún otro punto de la recta misma.) Aunque las diferencias entre ambas formas de concebir la ordenación (hablamos solamente de la teoría de la preferencia revelada) no sean muy grandes, se conciben como dos posibles formas de investigación, cuyas características, según el propio HICKS, son: "Si nosotros tomamos el método del orden fuerte, estamos aceptando la discontinuidad en los bienes, disponibles solamente en unidades discretas, no solamente la indivisibilidad del bien particular, cuya demanda está siendo estudiada, sino también la indivisibilidad del bien compuesto M. Si, por otra parte, nosotros tomamos el método del orden débil, estamos aceptando cierto grado de continuidad; pero la divisibilidad del bien compuesto M es por sí misma completamente suficiente para asegurar que el método del orden débil es practicable" (34). También hemos aprendido que el orden débil requiere una hipótesis adicional. De esta forma, cuando tomemos uno cualquiera de los métodos, debemos ser consecuentes con lo que hemos aceptado, al objeto de no mezclarlas para seguir nuestra discusión con rigor científico.

Realizada esta especie de introducción, en la que hemos definido qué es lo que se entiende por una ordenación fuerte y débil de las preferencias manifestadas por el sujeto, seguiremos la exposición de la teoría siguiendo unas veces los pasos de HICKS, SAMUELSON (35), HAUTHAKKER (36) y de comentaristas tales como GREEN (37), PREDETTI (38), LOM-

(34) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 44.

(35) P. A. SAMUELSON (1947), *Foundations of economic analysis*. Obra citada.

— (1950), *The problem of integrability in utility theory*. "Económica", noviembre.

— (1953), *Consumption theorems in terms of Over-compensation rather than Indifference comparisons*. "Económica", febrero.

(36) H. S. HOUTHAKKER (1950), *Revealed preference and the utility Function*. "Económica", mayo.

(37) H. A. S. GREEN (1957), *Some logical relations in Revealed Preference Theory*. "Económica", noviembre.

(38) A. PREDETTI (1957), *Tramonto dell'indirizzo Paretiano-Hicksiano delle curve d'indifferenza*. "L'Industria", julio-septiembre.

BARDINI (39), LANCASTER (40), etc. Existe una cierta tendencia entre los economistas a evitar tratar de una forma amplia las teorías de otros autores, ya que a primera vista puede parecer un plagio o una forma como otra cualquiera de emborronar cuartillas. Esto es lógico y perdonable amor propio, a la vez que severidad intelectual. Pero todos nos hemos encontrado numerosas veces ante revistas o libros en que hubiéramos agradecido al autor el que se hubiera explayado más en teorías ajenas, desconocidas por nosotros. Como creo que éste es uno de los casos, una teoría no demasiado conocida en España, voy a sacrificar mi amor propio y a riesgo de que me critiquen y hasta puedan encontrar en ciertas partes una similitud casi literal de lo que digo con los libros de los autores que cito, seré prolijo en la explicación de la teoría que en este momento me preocupa.

El problema de la consistencia en el comportamiento.

Antes de tratar de los efectos que puede producir sobre las cantidades compradas, el que se altere el precio de un bien, vamos a observar una serie de casos en que los precios de una mercancía determinada pueden variar a la vez que la renta del sujeto puede ser distinta también en los distintos casos. Es decir, conocer la distribución que ha dado el sujeto a su renta a distintos precios y rentas; tratando de comparar, de ponerlas juntas para observarlas, estas distintas "respuestas" que ha dado el sujeto a diversas situaciones de precios y rentas. Naturalmente, se trata de un consumidor ideal que sólo actúa siguiendo las normas de una razón, podíamos decir matemática, y subrayamos matemática porque un consumidor se puede comportar racionalmente, pero en su distribución han podido intervenir factores de orden psicológico, ético, etc., que han podido determinar que su comportamiento mirado a la luz de una lógica pura y fría parezca irracional.

Quizás pueda extrañar el que se considere que no sólo los precios cambian, sino que también suponemos al sujeto en posesión de distintas rentas. Esto se aclara si se piensa que se trata de un estudio preliminar en el que se va a hacer una especie de cuenta de los distintos comportamientos del sujeto para tratar luego de estimar los efectos que puede producir la alteración de un precio poseyendo el sujeto la misma "renta

(39) S. LOMBARDINI (1957), *L'analisi della domanda nella Teoria economica*.

(40) K. LANCASTER (1957), *Revising demand theory*. "Económica", noviembre.

monetaria". Y si aclara mucho más si se piensa que en la mente de los autores que han trazado esta teoría gravitan los conceptos efecto sustitución y efecto renta, y todos sabemos que el primero supone una reducción en la renta (caso de baja en el precio), al objeto de que el sujeto tenga la misma renta "real" o que la nueva situación sea indiferente con la primitiva.

Supongamos que las condiciones en que se encuentra el sujeto están representadas por las rectas aa y bb , 1.^a y 2.^a situación, respectivamente. Y vamos a suponer que seguimos una ordenación fuerte en las preferencias, lo cual quiere decir que la posición elegida por el sujeto es manifiestamente preferida a todas las otras posibles que estén dentro del triángulo o sobre la recta de balance.

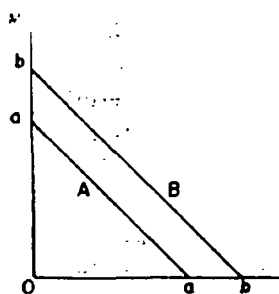


Fig.-4

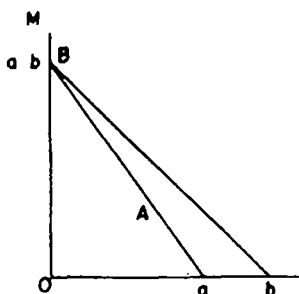


Fig.-5

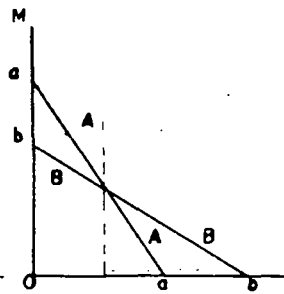


Fig.-6

Un primer caso puede ser como se ve en la figura 4, que bb está completamente por encima de aa , en este caso, si bien puede adquirir cualquier punto representado por la recta aa , si hemos aceptado la hipótesis de que el sujeto gasta toda su renta, entonces el nuevo punto elegido por el sujeto estará sobre bb , y como A.—elegida primer caso— está dentro del triángulo bob , la posición B se mostrará preferida, ya que A es una alternativa que tiene el sujeto y que no la ha aceptado. Aquí no podemos ver ninguna clase de inconsistencia en el comportamiento del sujeto. Lo cual no quiere decir que no la pueda haber, ya que mirado desde un punto de vista real, la distribución que el sujeto da a su renta sobre la recta bb puede ser absurda. Simplemente decimos que

como suponemos que el sujeto actúa racionalmente y ha podido comprar el punto A, el que elija será preferido, según la teoría de la preferencia revelada. En el caso de la figura 5 sólo tiene un punto de contacto. Si el sujeto elige en la 1.ª situación el A y en la 2.ª el B, nuestra teoría revela inconsistencia; si en la 1.ª elige el A ya suponía que lo prefería al B, y es inconsistente con la 2.ª posición, en que tiene posibilidades distintas y por la hipótesis adicional preferida.

Supongamos ahora que las rectas *aa* y *bb* se entrecruzan como en la figura 6. Si las posiciones elegidas por el sujeto están a la izquierda de la línea de puntos no habrá inconsistencia, porque en la 1.ª situación eligió el A, que se manifiesta preferido al B, que era otra alternativa posible. Como en la segunda situación el punto A no está al alcance del sujeto, no existe inconsistencia en esta segunda elección.

Si A y B están a la derecha de la línea de puntos tampoco puede haber inconsistencia, ya que en el primer caso B no era posible; luego B se manifiesta preferido a A. (Téngase en cuenta que, al decir que no hay inconsistencia, lo que estamos afirmando es que no tenemos "ninguna prueba" para afirmar lo contrario desde el punto de vista puramente objetivo de este estudio.

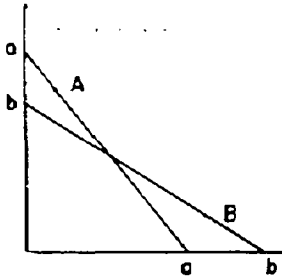


Fig.-7

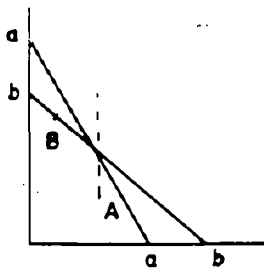


Fig.-8

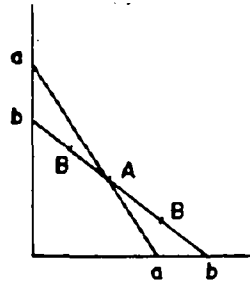


Fig.-9

Si A y B están, el 1.º a la izquierda y el 2.º a la derecha de la línea de puntos (fig. 7), en la 1.ª situación el punto B no era posible, en la 2.ª el punto A no es posible, no hay inconsistencia en que el sujeto elija estos puntos, pero en este caso no se manifiesta preferencia de uno sobre otro.

Si A y B están uno a la izquierda y otro a la derecha, como en la figura 8, en este caso B era posible en la primera situación y, sin embargo, se eligió A; del mismo A es posible en la segunda situación, y, sin embargo, se elige B. Esta conducta es inconsistente, ya que hemos supuesto que el sujeto tiene una escala de preferencias que no cambian de una a otra situación.

Si A está en el cruce y B a la derecha (fig. 9) puede no haber inconsistencia, pues B no era posible en la primera situación.

Sin embargo, si B está a la izquierda hay inconsistencia, pues pudiendo ser comprado en la primera situación no lo fue. Y ahora, pudiendo también ser comprado A, es desplazado por B.

Si ambas están en el cruce, es decir, coinciden, no podemos decir que haya inconsistencia, simplemente que el sujeto no revela su preferencia.

Hasta ahora hemos estudiado la consistencia en el comportamiento del sujeto sometidas al orden fuerte. Si realizamos el mismo estudio bajo un orden débil, tendremos que el punto A o B, según los casos, no se revela preferido de un modo fuerte, sino que tendremos que mantener la posibilidad de que sea indiferente con cualquier otra posibilidad, pero siempre tendrá que ser una posibilidad o alternativa sobre la recta de balance. Esto no quiere decir que todos los puntos de la recta de balance sean preferidos a los situados dentro del triángulo; la validez de esta afirmación sólo se limita a que la posición elegida por el sujeto, es decir, el *punto elegido por el sujeto*, no puede ser indiferente con ningún punto interior al triángulo, pero no nos dice nada acerca de los otros puntos. Esto último no lo subraya HICKS, y es importante para una adecuada comparación con la teoría paretiana.

En todos aquellos casos en que la posición elegida estaba fuera del alcance del sujeto en la primera o segunda situación, tampoco puede haber inconsistencia bajo un orden débil. Tomemos un caso, cuando A y B están a la derecha de la línea de puntos (fig. 10). En la posición *a a*, B no es posible, luego no puede existir ninguna relación con él. En la posición *b b*, A es posible, pero el que elija B no es inconsistente con lo anterior. En este caso, la relación de indiferencia que habíamos establecido como posible no interviene en el razonamiento.

Sólo puede intervenir en el caso de que A esté en el cruce de ambas rectas y B a la izquierda; pero, aunque en este caso podemos introducir en el razonamiento la noción de indiferencia, no por ello nos evita la inconsistencia de este caso.

Ya que con la primera situación A es una alternativa posible que es rechazada por la B y como está en el interior del triángulo por la hipótesis adicional del orden débil (esta hipótesis adicional sólo la empleamos en el orden débil), el punto A no puede ser indiferente con el B. En la segunda situación (fig. 11) el punto B, elegido en nuestro caso bajo un orden débil, sí puede ser indiferente con el A, pero aunque esta posibilidad sí es cierta, en este caso como en el anterior, el sujeto se había manifestado prefiriendo el punto A al B, la situación será inconsistente por la hipótesis adicional.

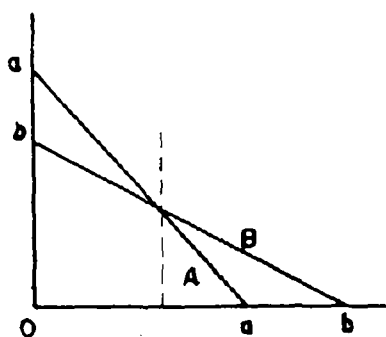


Fig.-10

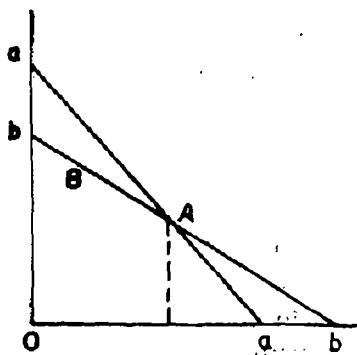


Fig.-11

Por tanto, bajo el orden débil hay las mismas situaciones de inconsistencia que en el caso anterior, que son: 1.º, cuando B está a la derecha de la línea de puntos y A a la izquierda (fig. 8), y 2.º, cuando A está en el cruce y B a la izquierda (fig. 11).

Esta completa similitud que hemos obtenido siguiendo un orden fuerte o débil no se puede generalizar a cualquier caso. Habrá que examinarlos independientemente. Así, tan pronto como consideramos tres bienes en vez de dos, vemos que una diferencia surge en el caso de que las dos posiciones estén en el cruce. Porque en este caso el cruce no es un punto. Por ser tres bienes serán planos de balance y no rectas, y, por tanto, el lugar geométrico del cruce es una recta. Cuando era un punto, A o B debían forzosamente coincidir, pero como ahora es una recta, A y B pueden representar combinaciones distintas.

Ahora los resultados serán diferentes según el tipo de orden a que nos acojamos. Si es el fuerte, el que el sujeto escoja el A, siendo posible

el B, quiere decir que revela su preferencia sobre el A, luego la 2.ª elección del sujeto es inconsistente con la primera, porque escoge el B siendo posible el A, que se había manifestado objetivamente preferido. En cambio, bajo orden débil, aunque escoja el A no se revela preferido al B. Puede ser indiferente, y si en la segunda situación escoge el B siendo posible el A, no podemos decir que haya inconsistencia en el comportamiento del sujeto, lo único que podemos decir es que el elegir el A o el B es una cuestión de azar. Puede existir la inconsistencia, pero ésta no se revela. En este caso, HICKS indica que las posiciones A y B se muestran indiferentes, "lo que sucede en este caso es que A y B se muestran indiferentes" (41), no admite la posibilidad que creemos va implícita en su teoría de que la inconsistencia pueda existir, pero no tenemos ningún modo de revelarla.

Teorema significativo

Para tratar que nuestro estudio nos dé una amplia visión de esta teoría y al objeto de hacerlo ordenadamente, vamos ahora a ver el planteamiento que hace SAMUELSON (42) de su teoría, que, aunque históricamente pertenezca a ANTONELLI, ha sido SAMUELSON el que la ha popularizado, actualizado y es muy posible que redescubierto.

Consideremos que X es el conjunto de todos los bienes x_1, \dots, x_n , que son adquiridos por el consumidor; P, el conjunto de los precios de estos bienes, y R, la renta del sujeto. Naturalmente, X y P pueden ser considerados como vectores-columna.

$$X = \begin{vmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{vmatrix} \qquad P = \begin{vmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{vmatrix}$$

Consideremos también como hipótesis inicial, que el sujeto gasta toda su renta R en la adquisición de los bienes; o, lo que es lo mismo, dado un valor X y P, tendremos determinada la renta del sujeto. Por otra

(41) J. R. HICKS, *A revisión of demand theory*. Obra citada, pág. 52.

(42) P. A. SAMUELSON, *Foundations of economic analysis*. Obra citada.

parte, se admite también que hay "un solo conjunto de precios correspondiendo a cada combinación en la región del óptimo". Téngase en cuenta que esta exposición que hacemos de la teoría de SAMUELSON ha sido completada por otros autores, así esta segunda hipótesis se debe a HAUTHAKKER (43), pero como en lo sustancial la teoría sigue siendo samuelsiana, aunque la adulteremos un poco con aportaciones de otros autores, tendrá la ventaja de que la expondremos de una forma más clara.

Con esta hipótesis de que el sujeto gasta toda su renta y que el conjunto de precios es único, supongamos que a unos precios expresados por P_1 , el sujeto compra X_1 . En este caso y siempre bajo un orden fuerte, diremos que esta combinación X_1 se revela preferida a toda otra, distinta de la considerada, que podía haber sido comprada y no lo ha sido. Es decir, si X_2 es una de ellas, diremos que si $P_1 X_2 \leq P_1 X_1$, para todas aquellas combinaciones que se cumpla esta última desigualdad, X_1 se ha revelado preferida a cualquiera de ellas.

El teorema de la consistencia expresado de esta forma va a consistir en que si X_1 es revelada preferida a X_2 , X_2 no puede ser en ningún caso revelada preferida a X_1 .

Supongamos para ver esto que los precios cambian de P_1 a P_2 y que el sujeto escoge a estos precios la combinación X_2 . Si esta posición es consistente con la primera, deberá ocurrir que $P_2 X_2 < P_2 X_1$, y nunca podrá ocurrir que $P_2 X_2 > P_2 X_1$.

Si se compara esto con el método gráfico y más intuitivo de HICKS, se verá que los resultados son equivalentes.

Ahora bien, esta teoría ha sido criticada aduciendo que no nos permite una completa ordenación, por orden de preferencia de las combinaciones de X . Vamos a exponer primero las críticas que se han hecho empleando métodos gráficos y para el caso de dos bienes (44).

Supongamos que las rectas $a a$ y $b b$ (fig. 12) expresan dos situaciones posibles para el sujeto (en este trabajo se han cambiado las siglas que emplean otros autores por las de HICKS, al objeto de que nuestra terminología resulte más clara), de este modo si el sujeto elige las combinaciones A y B , tendremos que $P_1 X_1 + M_1 = R_1$, y $P_2 X_2 + M_2 = R_2$.

Por la definición de preferencia revelada, tendremos que A es pre-

(43) H. S. HAUTHAKKER, *Revealed preference and the utility Function*. Artículo citado.

(44) S. LOMBARDINI, *L'analisi della domanda nella Teoría económica*. Obra citada.

ferido a todas las combinaciones del triángulo aoa , y B a todas las del bob , luego en ninguno de los casos se puede afirmar que A sea preferido a B , ni que B sea preferido a A , y de esto deducen los críticos de esta teoría que no «tenemos ningún modo de relacionar A y B , ni, por tanto, somos capaces de ordenar las combinaciones posibles al sujeto.

Veamos otra crítica. Se afirma que el teorema de la consistencia no implica que las relaciones de preferencia sean transitivas.

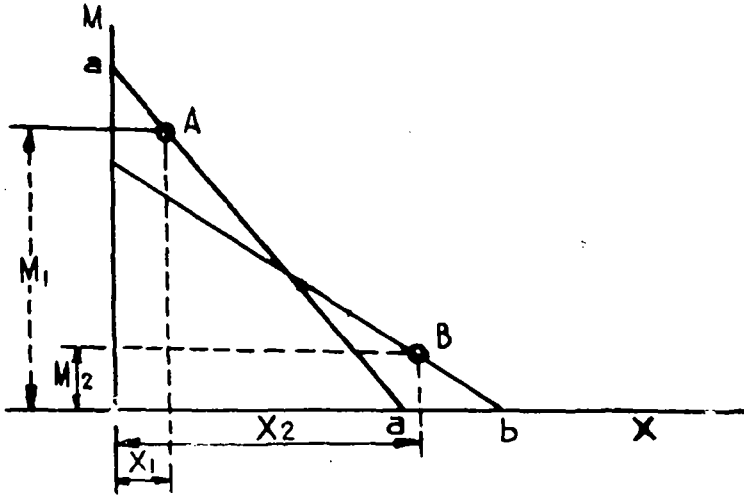


Fig. 12

Sean los puntos A , B y C tres posibles puntos que el sujeto puede escoger, en el caso de dos bienes, a los precios y rentas expresadas por las respectivas rectas del balance, aa , bb y cc (fig. 13).

Veamos que cuando elige la A podía haber elegido la B , luego A se revela preferida a B y $P_A Q_A > P_A Q_B$. En cambio, en la posición bb , el punto A no es asequible, y $P_B Q_A > P_B Q_B$. Se mantiene el teorema y A es preferida a B .

Comparando la situación B con la C , vemos que cuando se elige B , el punto C era posible; de aquí $P_B Q_B > P_B Q_C$ y la inversa, cuando se elige C , el punto B no es asequible, y $P_C Q_B > P_C Q_C$.

Comparando la situación A con la C , vemos que cuando elige A la C no era posible, y de aquí $P_A Q_A < P_A Q_C$, y cuando elige C el punto A no es asequible, y, por tanto, $P_C Q_A > P_C Q_C$, y, como veíamos en la anterior crítica, no podemos afirmar ni que A sea preferido a C ni C a A .

Pero si volvemos al principio de nuestra demostración, veremos que A era revelado preferido a B, B lo era a C; si pudiéramos mantener la hipótesis de la transitividad, tendría que ocurrir que A sería preferido a C, y, sin embargo, hemos visto que esto último no lo podemos demostrar.

Sin embargo, sobre ello se basa la hipótesis de HAUTHAKKER; una cosa es que sea "revelado" preferido y otra admitir que aunque no se "revela" no tenemos ninguna prueba para rechazar el hecho de la preferencia. Pero antes vamos a ver cómo HICKS soslaya estas críticas (45).

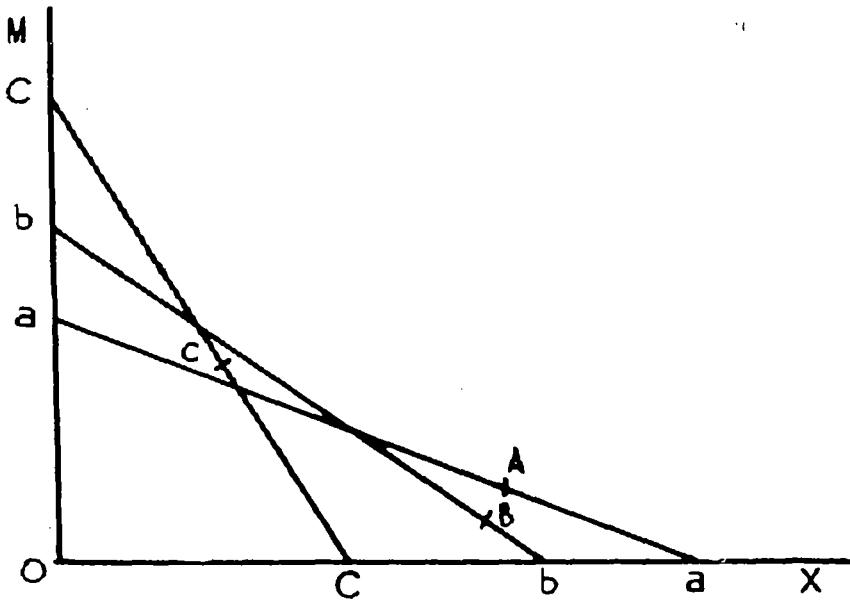


Fig. 13

A la primera no le presta atención; para su razonamiento simplemente basta (fig. 12) que A y B no sean posiciones inconsistentes, no le importa que A no se "revele" preferida a B, ni B a A.

Pero al tratar en el caso de dos bienes del problema de comparar las posiciones elegidas por el sujeto en tres situaciones diferentes, demuestra que la ordenación circular, que es precisamente lo contrario de la transitividad, no puede existir en este caso. Un orden circular

(45) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 53.

sería que A sea preferida a B, B a C y C a A. Si esto no es posible es que no necesitamos la hipótesis de la transitividad para ordenarlas, porque el desorden en este caso, siempre que el sujeto se comporte consistentemente, no puede existir. En la figura 13 las tres posiciones son consistentes; como el desorden no puede existir, no necesitamos de la transitividad, que sería la hipótesis que nos impediría el orden circular.

Esto nos lo demuestra HICKS partiendo de la figura 14; así nos dice: "Preferencia de A sobre B es mostrada cuando (1.º) A está fuera bb y (2.º) B dentro aa . Preferencia de B sobre C es mostrada cuando (3.º) B está fuera cc , y (4.º) C está dentro bb . Preferencia de C sobre A es mostrada cuando (5.º) C está fuera de aa y (6.º) A dentro cc ."

Si esto se pudiera demostrar, resultaría que era posible el orden circular, y, por tanto, no sería posible una ordenación de las preferen-

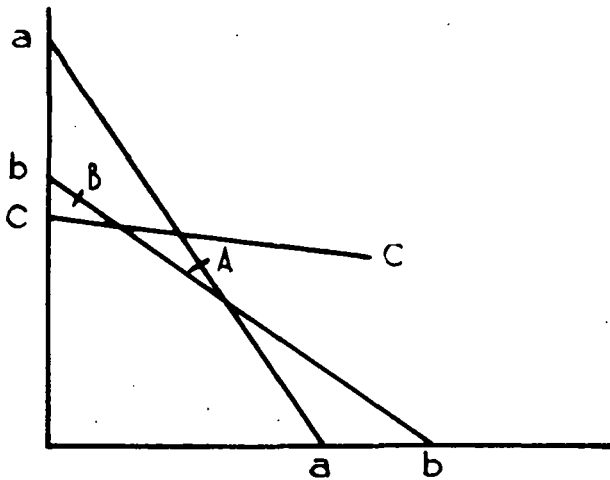


Fig. 14

cias. Pero todas estas alternativas, de 1.ª a 6.ª, no pueden suceder a la vez.

La 1.ª y 2.ª nos indican que A tiene que estar a la izquierda del cruce de aa y bb . La 3.ª y 6.ª nos indican que cc debe pasar entre A y B.

La línea cc , que satisface estas condiciones, está dibujada en la figura. Dada la necesaria colocación de A a la izquierda del cruce entre aa y bb , la línea cc debe cortar a bb y aa , a la izquierda del cruce de estas últimas. Existen, por consiguiente, tres partes en la línea cc donde puede estar situada C.

Si está a la izquierda de bb , la 4.^a será satisfecha, pero no la 5.^a.

Si está a la derecha de aa , la 5.^a será satisfecha, pero no la 4.^a.

Si está entre la aa y bb , ni la 4.^a ni la 5.^a serán satisfechas. Luego "la satisfacción de las seis condiciones que son necesitadas para que exista un orden circular es geoméricamente imposible". Claro está que no podemos demostrar que A se "revele" preferido a C. Pero dado que hemos demostrado que si A es preferido a B, B a C, es imposible que C lo sea a A; la hipótesis de la transitividad, aunque no plenamente demostrada, no es difícil de admitirse en este caso de dos bienes (46).

Un empleo que se podía dar a este tipo de estudio sería el de observar las diversas posiciones que puede tomar la demanda de diversos bienes, a distintos precios y rentas, de acuerdo con nuestra hipótesis de inconsistencia. Pero este camino parece cerrado, como lo demuestra HICKS (47), ya que estos datos para que sean interesantes para el investigador deberán ser de un grupo o colectividad, es decir, demandas totales de grupos para unas determinadas mercancías. Pero ocurre que sólo podemos mantener nuestra teoría si el grupo es homogéneo, no sólo en cuanto a los gastos, sino también en cuanto a la renta. Como estas dos últimas circunstancias son difíciles de darse en la práctica para la colectividad que consume una mercancía, tendremos que abandonar este camino que hubiera podido ser muy provechoso.

No por ello se agotan las posibilidades de la teoría de la preferencia revelada, y aquí HICKS nos demuestra la existencia de un efecto sustitución y un efecto renta siguiendo esta teoría.

Ordenación e integrabilidad

Pero no vamos a abandonar este tema del caso bidimensional sin poner en relación el problema de la ordenación con el de la integrabilidad.

El problema de la ordenación está íntimamente ligado con el de la integrabilidad. Este último surgió dentro de la teoría de la función índice de la utilidad, en el caso de las líneas o de las hipersuperficies de indiferencia; el de la ordenación ha surgido dentro de la teoría de la preferencia revelada. Pero ambos problemas son idénticos, hacen referencia a la estabilidad de las preferencias del sujeto, a que los gustos

(46) Véase también P. K. NEWMAN (1955), *The Foundation of Revealed Preference Theory*. "Oxford Economic Papers June".

(47) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra cit., pág. 56 y siguientes.

el sujeto se manifiestan solamente de una forma determinada y solamente de una. Para explicarlo de una forma más intuitiva y con una imagen que está en la mente de todos, diremos que el problema reside en que el campo de líneas de indiferencia permanezca intacto sobre el plano cuando el sujeto cambia el orden de consumo en los bienes o pasa de un punto a otro.

En el caso de dos bienes, matemáticamente siempre es posible dada una ecuación diferencial $\frac{dx}{dy} = \emptyset(x, y)$ el integrarla. Vamos a ver el significado de aceptar esta ecuación diferencial y el hecho de integrarla.

Una ecuación diferencial (y sólo existe en el caso de las líneas de indiferencia, no en el de preferencia revelada) presupone, en una interpretación gráfica e intuitiva, el que los infinitos elementos que la com-

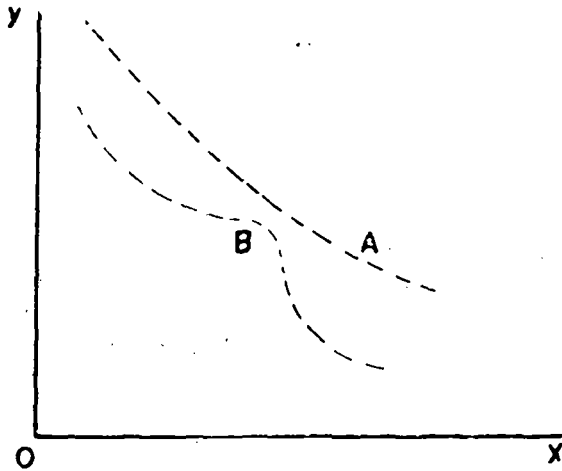


Fig. - 15

ponen estén lo suficientemente juntos. Esto supone la perfecta divisibilidad de los bienes y que el sujeto sea capaz de poder elegirlos. Se ha hablado a este respecto de la miopía del consumidor en el sentido de que es difícil que éste pueda determinar sus gustos en situaciones que difieran de su posición acostumbrada; pero éste verdaderamente no es problema porque lo que en realidad obtendríamos es una familia de curvas de contornos más reducidos y ello en nada nos limita la integrabilidad. La existencia de una única ecuación no lo consideramos, porque

aunque para una cierta magnitud de x e y puede tener importancia, pensamos que en la vida corriente difícilmente la recta de balance puede estar en dicho campo, y, por tanto, suponiendo la continuidad para todo el plano x o y de la familia de curvas que se nos presentan en la zona de no saturación, no cometemos un error excesivo.

Por otra parte, la existencia de zonas como la B en la figura 15, afirma SAMUELSON (48), "no pueden ser observadas en un mercado de libre competencia en el cual los precios son dados para los consumidores. Sólo se podrán observar en el caso de un monopolio de demanda en el que el sujeto conociera su influencia sobre los precios".

Una de las críticas que se ha hecho a la posibilidad de existencia de una única ecuación diferencial es la derivada del "orden en el consumo", es decir, que para el sujeto no fuese lo mismo pasar del punto A al B, que del B al A y que la utilidad manifestada por el sujeto en la primera situación, en el punto A, fuera distinta a la de la segunda situación cuando "retorne" al A procedente del B.

En realidad, A y B son puntos de posible equilibrio para el sujeto, que deben ser mirados simplemente a la luz de la estática comparativa.

Por ello podemos decir que en el caso de dos bienes no existe el problema de la integrabilidad, y teóricamente siempre podrá ser obtenida una función índice de utilidad. El caso de tres o más bienes es más complejo y lo examinaremos posteriormente.

Desde el punto de vista de la teoría de la preferencia revelada, el no cumplimiento de la hipótesis de la transitividad implicaría la imposibilidad de la ordenación de las preferencias. Pero habiendo demostrado que el orden circular (antítesis de la transitividad) es imposible, indirectamente hemos demostrado que la transitividad tiene que darse, o, lo que es lo mismo en este caso, que no necesitamos de esta hipótesis para ordenar las preferencias.

Propiedades de la función de demanda (caso de dos bienes)

Siguiendo con el caso de dos bienes vamos a demostrar qué propiedades de la función de demanda pueden ser obtenidas siguiendo esta teoría. Al objeto de comprender cuál ha sido la dirección de la misma, será conveniente citar las palabras preliminares de SAMUELSON (49), que

(48) P. A. SAMUELSON, *The problem of integrability*, art. citado.

(49) P. A. SAMUELSON, *The problem of integrability in utility theory*, art. citado.

nos indican cuál fue el propósito del autor al concebir su teoría. En este artículo, al hablarnos de sus relaciones con LEONTIEF, a propósito del problema de las líneas de indiferencia, dice: "Súbitamente me di cuenta de que nosotros podíamos dispensarnos de la mayor parte de los conceptos acerca de la utilidad, si parláramos de unos pocos axiomas acerca de la consistencia en la demanda; y que yo podía derivar todo lo que se había obtenido en el análisis de la utilidad como corolarios de mis axiomas". Y más tarde (50), al tratar de afirmar que para que una teoría tenga interés científico debe implicar ciertas consecuencias e implicaciones prácticas, se plantea el problema de que bajo qué condiciones la teoría de la preferencia revelada puede determinar que la

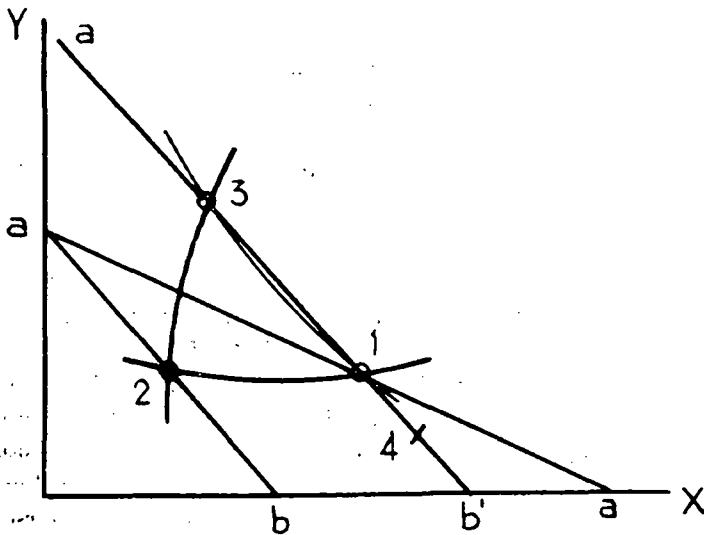


Fig. 16'

cantidad demandada por un consumidor de un bien está inversamente relacionada con su precio.

De ello se deduce que esta teoría ha tenido como preocupación fundamental la de obtener carta de naturaleza e intentar ponerse a la altura de su hermano mayor: la teoría de PARETO-SLUTSKY-HICKS.

(50) P. A. SAMUELSON, *Consumption theorems in terms of Over-compensation rather than indifference comparisons*, art. citado.

¿Cómo demuestra SAMUELSON la elasticidad negativa de la demanda respecto del precio?

El sujeto escoge la posición 1, figura 16, a la renta y precios expresados por la recta $a a$. Si aumenta el precio del x expresado por la pendiente de las rectas $a b$ y $a a$, el sujeto escoge la posición final 2 con la misma renta monetaria que la 1. Ahora bien, vamos a ver qué consecuencias obtenemos con la hipótesis de incrementar la renta al sujeto, de forma que, a pesar del precio de x sea más caro, este aumento de renta le permite escoger la posición 1; estas condiciones vendrán expresadas por la recta $a' b'$.

El argumento del porqué con esta renta adicional y un precio más caro comprará menos de x , es el de decir que es absurdo considerar que ahora que es más caro, el consumidor comprará más de x que cuando era más barato. Este argumento es un poco vulgar y sin excesivo rigor científico, pero debemos considerar que es un caso que SAMUELSON sólo lo trató de pasada, y que muy bien podía haber empleado su argumentación matemática diciendo que $P_a Q_1 > P_a Q_4$, demuestra que Q_1 era manifiestamente preferida a Q_4 y, sin embargo, en la segunda situación y en el caso de elegir el punto 4, tendríamos que $P_b Q_1 = P_b Q_4$, lo cual va contra el teorema de la consistencia, que nos dice que en este caso debía ocurrir que $P_b Q_1 > P_b Q_4$. Naturalmente es más claro el tratamiento hicksiano, que dice: el punto 4 es inconsistente con el 1, porque en la primera situación también era posible la 4.^a y, sin embargo, no se escogió; luego en la segunda posición es inconsistente que escojamos la 4.^a, siendo posible la 1 que antes se había manifestado preferida.

Por todos esos argumentos, el sujeto escogerá un punto a la izquierda del 1 en la figura 3. A este efecto de pasar del punto 1 al 3 lo llama SAMUELSON de super-compensación, reservado el conocido nombre de Efecto Sustitución para el caso de que el aumento o disminución en la renta es tal que el nuevo punto elegido es indiferente con el primitivo. Llamará también efecto de baja-compensación, o mejor, de compensación restringida (*Under-compensation*) al caso en que el aumento de renta es tal que a los nuevos precios el sujeto puede comprar una combinación de bienes que hubiera podido comprar a los viejos; sobre esto volveremos al tratar del caso general.

El paso del punto 3 al 2, lo llama efecto renta, no lo demuestra ni justifica; da por sentado que una disminución de renta en un bien normal lleva consigo la reducción en su demanda. Veremos cómo HICKS

no añade nada nuevo a esta forma de aceptar del efecto renta, pero su construcción es más armónica.

Con esto queda demostrado que el paso del punto 1 al 2, debido a un aumento del precio, justifica la hipótesis de la elasticidad negativa de la demanda respecto al precio.

En la figura, las curvas 1-3 y 1-2 son, respectivamente, las curvas de los efectos de supercompensación y totales para distintos precios. La 2-3 es la del efecto renta o curva de ENGEL para distintas rentas y mismo precio.

Sigamos ahora con el caso de dos bienes, pero con la interpretación más completa de HICKS (51), que si bien no aporta nada esencial a la teoría, la aclara y sistematiza. La consideración gráfica del caso de dos bienes puede encerrar muchos peligros, pero sin duda ayuda extraordinariamente a la comprensión de la teoría.

La técnica seguida para demostrar la ley de la demanda, es decir, que la elasticidad es negativa con respecto al precio, es la clásica de dividir los efectos que sobre la demanda del bien considerado va a producir la variación del precio en dos partes: el efecto sustitución y el efecto renta. El primero va acompañado de un cambio de renta y el segundo es simplemente la consideración del efecto que sobre el bien considerado va a producir el retorno de la renta a su cantidad primitiva. El estudio, desde un punto teórico, adquiere todo su énfasis al tratar del efecto sustitución. El efecto renta basa su solidez científica en la evidencia práctica. Se considera un axioma que el efecto renta es siempre del mismo signo que el cambio de renta, si ésta aumenta, a menos que el bien sea inferior, la demanda aumenta. Pero tengamos en cuenta que si no pudiéramos afirmar este axioma del efecto renta, la teoría se resentiría en su totalidad.

Como suponemos suficientemente conocido el concepto de efecto sustitución, no nos detendremos a explicarlo; pasaremos simplemente a su concepción dentro de esta teoría. Existen dos formas de concebir el cambio de renta de forma que a los nuevos precios se dé el efecto sustitución, uno llamado "variación compensadora" de forma que el cambio de renta tiene que ser tal que la nueva posición elegida por el sujeto sea indiferente con la primitiva, y otro llamado "coste-diferencia" de forma que el cambio en la renta es tal que el sujeto puede comprar, si lo desea, la situación primitiva.

(51) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 60 y siguientes.

Los estudiaremos detenidamente, empezando por el de "coste-diferencia" (52).

Partimos de lo siguiente: un sujeto va a distribuir su renta entre dos bienes, el compuesto M y el simple X (figura 17).

La renta y la relación entre los precios de M y X vienen dados, respectivamente, por la ordenada en el origen y la pendiente de la recta aa . Si el precio de X disminuye, permaneciendo el de M constante, la situación vendría expresada por la recta ab .

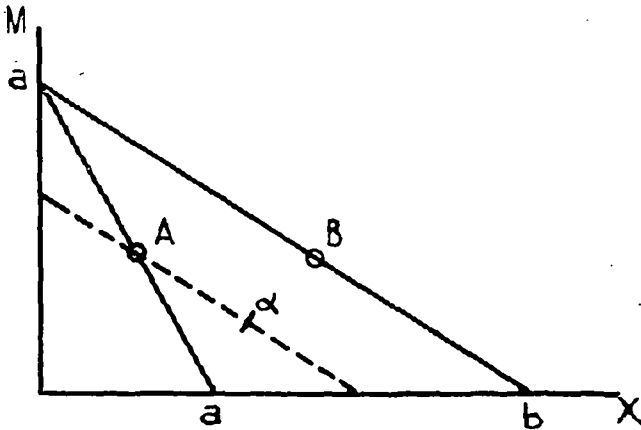


Fig. 17

Ahora bien: cualquier punto que el sujeto escoja sobre la ab , excepto el común a , se manifestará preferido a los de la aa ; luego "a priori" no podemos afirmar que la demanda de x aumenta, disminuye o permanece constante.

Supongamos que en la primera situación el punto elegido es el A , sobre la situación del punto B ; "a priori" no sabemos nada, lo podemos emplazar en cualquier lugar de ab , tanto a la izquierda como a la derecha de A .

Para conocer su posible situación, recurramos a un artificio: supongamos que a los nuevos precios se reduce la renta al sujeto de forma

(52) El primero, "Variación compensadora", fue adoptado por HICKS en su obra *Value and Capital*; el segundo, "Coste-diferencia", por SAMUELSON en su artículo *Consumption theorems in terms of Over-compensation rather than Indifference comparisons*.

que pueda comprar, si lo desca, la combinación de bienes representada por el punto A. Esta situación vendrá representada por la línea de puntos que pasa por A y que es paralela a la ab . Con esta renta y a esos precios, y bajo la hipótesis de que el sujeto gasta la totalidad de su renta, el punto elegido estará sobre la línea de puntos. Veamos ahora qué situaciones puede tomar α a la luz del teorema de la consistencia.

Ya que A está en el cruce, α puede estar a la izquierda, derecha o en el mismo cruce. Si estuviera a la izquierda, esta situación sería inconsistente; luego sólo le queda o coincidir en A o yacer a su derecha. Si entendemos la "tendencia a incrementar" como una situación en la cual la cantidad de X puede permanecer constante o aumentar, pero nunca disminuir; podremos decir que la disminución del precio acompaña a una disminución de la renta, "tiende a incrementar" la demanda X. Como hemos admitido que el signo del efecto renta es el mismo que el del aumento o disminución de la renta, el paso de α a B determinará que esta última está a la derecha de α y, por tanto, de A. Hemos demostrado, por tanto, que el efecto sustitución puede ser ≤ 0 y que siempre que se trate de un bien normal el efecto total también lo será.

La ventaja que tiene este método del Coste-Diferencia es que la cuantía de la reducción en la renta está perfectamente determinada; en términos de la anterior teoría sería $\alpha d p \alpha$.

HICKS dice que el efecto renta es pequeño; y aun en el caso de que el efecto renta para bienes inferiores sea negativo, difícilmente dejará de cumplirse la ley de la demanda. Vamos a poner su mismo ejemplo (53). Afirma éste: "Si el sujeto estuviera gastando una relativamente pequeña parte de su renta en el bien X, aunque el precio disminuyera mucho, el efecto renta sería pequeño. Supongamos así que gastará en azúcar el 5 por 100 de su renta y que el precio disminuyera en la mitad, entonces el Coste-Diferencia sería un $2\frac{1}{2}$ por 100 de su renta. Ahora bien: si la distribución de este efecto renta se realizara en la misma forma que en la situación primitiva, se habrá distribuido la renta; es decir, que si al azúcar correspondiera un 5 por 100 del 2,5 por 100 que ha sido el Coste-Diferencia, entonces el efecto renta representaría un aumento del 2,5 por 100 sobre el total gastado anteriormente. Si la distribución que hacemos al Coste-Diferencia es distinta, en el sentido de que existe una tendencia a gastar sobre el bien α ,

(53) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 65.

resultaría que un aumento del 2,5 por 100 al 5 por 100 sería por sí suficientemente grande, pero comparado con la disminución en el 5 por 100 del precio, vemos que el efecto renta es pequeño, porque el 2,5 sobre 5, que es el efecto renta siguiendo la misma distribución de la renta que en la situación primitiva, no representa más que un aumento de 0,125 por 100.

Pero no por ello, sigue disciendo HICKS, podemos decir que el efecto sustitución sea también pequeño. "Considerar, por ejemplo, el caso en que nada de X fuera comprado antes de caer el precio. El coste-diferencia es entonces cero, y el correspondiente efecto renta debe ser entonces cero. Pero es perfectamente posible que la caída en el precio pueda tener un gran efecto induciendo al consumidor a sustituir X por otros bienes." Y prosigue afirmando que, sin analizarlo detalladamente, lo que debemos esperar es que el principal efecto de un cambio en el precio será el efecto sustitución, mientras que el efecto renta será relativamente pequeño. Sin embargo, "la principal excepción a esta regla será en aquellos casos donde el bien bajo consideración es de construcción teórica, es decir, cuando estemos considerando la demanda para un grupo de bienes, tales como alimentos, o vestidos, o importaciones, tomadas como un todo. La proporción de renta gastada sobre este bien compuesto es frecuentemente bastante alta, mientras las oportunidades de sustitución a expensas de otros bienes pueden ser restringidas. Nosotros podremos encontrar que en casos tales como éste, el efecto renta será relativamente grande".

No nos detenemos a estudiar el caso de los bienes inferiores porque el tratamiento de HICKS es idéntico al ya conocido por todos y tradicional en la doctrina, no afirma nada nuevo, solamente vuelve sobre la idea clásica de que tan pronto como consideremos la demanda para un grupo de consumidores, que poseen por tanto diferentes rentas, es lógico pensar que si un bien es inferior para unos puede no serlo para otros, y, por tanto, la probabilidad de que se dé un efecto renta de sentido negativo y mayor que el efecto sustitución se reduce, porque los efectos rentas se compensan entre los diversos consumidores que componen el grupo y para todos los cuales no siempre el bien es inferior.

Estudiemos la ley de la demanda desde el punto de vista de la "Variación Compensadora". Este método, aparte de las ventajas que presenta para la Teoría del Bienestar, nos será muy útil al abordar el caso general. Tiene el inconveniente de que la cuantía de la compensación

de la renta no está tan determinada como en el caso del método Coste-Diferencia.

Ahora bien, "la variación compensadora" lleva en sí misma la noción de indiferencia, ya que merced a la compensación de la renta esperamos llegar a una situación que sea indiferente con la primitiva. Luego este análisis no puede realizarse más que bajo la hipótesis de un orden débil. La prueba de la existencia de un punto indiferente con otro dado, nos viene justificada por la hipótesis adicional, de que siendo el bien M perfectamente divisible, el sujeto siempre prefiere una mayor cantidad de M a otra menor, luego aumentando o disminuyendo M siempre acabaremos pasando por un punto indiferente con el dado A.

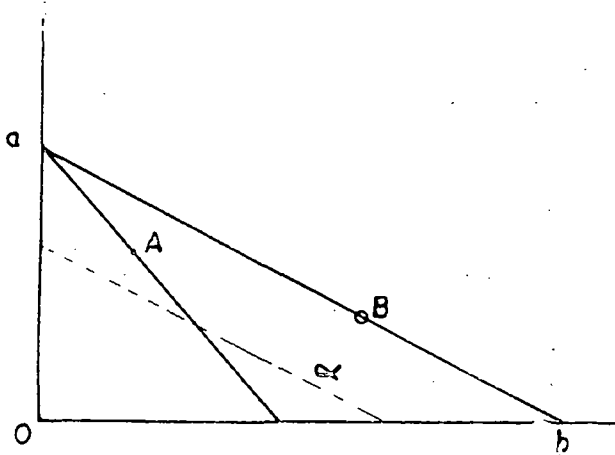


Fig.- 18

No se explica con más detalle esta relación, porque aunque es esencial para nuestros análisis, creemos que cualquiera puede fácilmente comprobarla.

Suponiendo admitida la hipótesis del orden débil, fijémonos en la figura 18 (justificaremos a continuación el por qué la línea de puntos pasa por debajo del punto A. Pero antes, fijándonos solamente en la recta aa y en la de puntos, y de acuerdo con el Teorema de la Consistencia si A y α tienen que ser indiferentes, no pueden estar los dos a la izquierda o a la derecha del cruce, ya que entonces, si bien la situación no es inconsistente, una se manifestaría preferida a la otra, no

cumplíendose la hipótesis de la indiferencia. Si A está en el cruce, α no puede estar a la izquierda, pues sería inconsistente; también lo sería si ambas estuvieran dentro del cruce.

Por tanto, las únicas posibilidades son: a), que ambas estén fuera de cruce; b), A en el cruce y α a la derecha; c), las dos en el cruce. Luego vemos que una disminución del precio, acompañada de una compensación de la renta, de tal modo que la nueva situación elegida sea indiferente con la anterior, conduce a que se tienda a incrementar el consumo de X. Dado que en los bienes normales admitimos que el efecto renta es del mismo signo que el de la variación de la renta, al aumentar ésta de modo que retorne a la situación primitiva, el consumo de X aumentará al pasar de α a B. Luego queda demostrado que también en este caso la elasticidad de la demanda es negativa con respecto al precio.

Justifiquemos por qué la recta de puntos corta a la recta a por debajo de A. En el método de Coste-Diferencia, A era una situación posible; luego si elige otra lo hará para mejorar, y como las posibilidades que se abren al sujeto, a los nuevos precios, son distintos que a los viejos, es lógico considerar que el punto α será mejor. Por tanto, si la reducción en la renta no es más que la del Coste-Diferencia, el sujeto estará posiblemente mejor, pero es imposible que esté peor. Luego la compensación en la renta para que se alcance una situación ni mejor ni peor, sino indiferente, tiene que ser mayor que la del Coste-Diferencia.

Siguiendo a HICKS (54) vamos a pasar de los diagramas de tipo pareliano a los de tipo marshaliano y veremos cómo éstos nos son útiles dentro de este análisis de la "Variación compensadora". Siguiendo el método de Marshall vamos a medir en el eje de ordenadas, precios; abscisas, cantidades de X. Aunque no en la totalidad de la exposición sí en la terminología y figuras emplearemos las de HICKS, aunque no en el mismo orden que éste. Se subraya que esta parte del estudio no es más que una expresión de la Teoría de la preferencia revelada a través de los distintos autores que han consagrado a ella sus esfuerzos.

Supongamos que al precio OH, figura 19, el sujeto compraba la cantidad HA, con una renta que no puede aparecer en la figura, pero que la suponemos dada. Ahora supongamos que el precio desciende a OK, mientras que la renta se reduce a efectos de la "Variación Compensadora". Como hemos visto, la demanda de X aumentará; supongamos que

(54) J. R. Hicks, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 72 y siguientes.

viene representada por la abscisa Kb . Si sobre la recta Kb tomamos un valor igual a HA , tal como KN , y unimos los puntos A y N , el área del rectángulo $HANK$ será igual al "Coste-Diferencia" y vemos que su cuantía es del tipo de $xdpx$.

Como la "Variación compensadora" es mayor que el "Coste-Diferencia" superará el área del rectángulo $HANK$. Veamos sus límites. El inferior será el rectángulo considerado, en cuanto al superior para determinarlo partamos de la hipótesis de que el sujeto se encuentra en la situación de que compra Kb al precio Ok y que ahora aumenta el precio a OH . Si aumentáramos la renta por la cuantía del Coste-Diferencia,

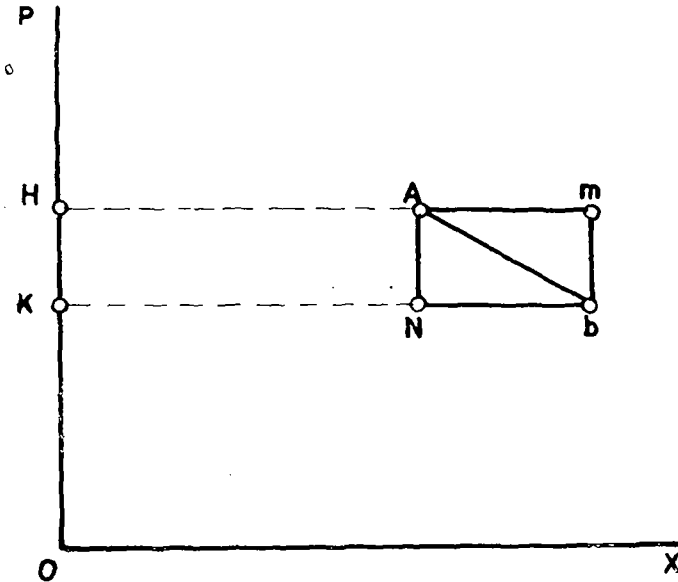


Fig.-19

éste sería igual al área $HKbm$, pero en esta situación el sujeto puede comprar Kb y la misma cantidad de M (que no aparece en la figura) por la hipótesis del Coste-Diferencia; luego si cambia de situación lo hará para mejorar, de aquí (para el caso del aumento de precio) la variación compensadora tiene que ser menor que el Coste-Diferencia. Como ambas cosas, aumento y disminución del precio, son dos situa-

ciones reversibles que no tienen que llevarnos a situaciones diferentes, vemos que el límite superior es el área $HKmb$, luego la cuantía de la variación-compensadora estará entre ambos.

Siguiendo la hipótesis del fraccionamiento de los precios entre OH y OK , obtendríamos una curva como la Ab , que sería una curva de demanda compensada" en el sentido de que se obtiene para variaciones de los precios, pero siempre la renta se ha ido alterando de forma a conservar la indiferencia entre todos los puntos de la curva Ab .

Desarrollando este método, sigue HICKS de una forma ingeniosísima comparando los resultados de esta teoría con la de MARSHALL; nosotros, y para el caso de dos bienes, le dejaremos a este punto, por considerar que esta parte de su obra, aparte de ser la más artificial y enrevesada, no nos aporta ningún nuevo conocimiento sobre el fenómeno de la demanda. No se niega su utilidad, pero da la impresión de que es un tanto barroca. Y como en realidad no estamos abordando una traducción de una obra, sino simplemente espigando dentro de las diversas teorías para ver qué nos aportan, somos muy libres de dejar el caso de dos bienes y pasar al caso general.

Propiedades de la función de demanda (caso general)

SAMUELSON (55) y HOUTHAKKER (56), al desarrollar este caso, lo tratan bajo un orden fuerte; naturalmente, no es que desconocieran o negaran la posibilidad de indiferencia entre dos situaciones; ambos declaran como posible este caso, pero no se detienen a examinarlo ni a determinar qué puede implicar para la Teoría de la Preferencia Revelada; debemos reconocer que uno de los principales méritos de HICKS ha sido precisamente el de establecernos una perfecta relación entre un orden fuerte y un orden débil, ya que sus estudios sobre el efecto sustitución y el efecto renta ya estaban en SAMUELSON; simplemente los ha aclarado y quizá expuesto con más precisión a la luz de la anterior distinción. No se debe confundir el calificativo de "axioma débil" y "axioma fuerte", que el mismo SAMUELSON da, respectivamente, a sus propias

(55) P. A. SAMUELSON, *Consumption theorems in terms of Over-compensation rather than Indifference comparisons*, artículo citado.

(56) H. S. HOUTHAKKER, *Revealed Preference and the Utility Function*, artículo citado.

teorías y a la de HOUTHAKKER, con el orden débil y fuerte. El primero se refiere al hecho de que en el caso general no es siempre posible demostrar la transitividad y, por tanto, no es posible desarrollar una teoría del comportamiento del consumidor comparando diversas situaciones, y el segundo se refiere simplemente a la posibilidad de la indiferencia. Son dos cosas distintas y no debe confundirnos la semejanza de los calificativos. Sobre esto volveremos.

Los bienes en este caso los suponemos en número de n ($q_1 \dots q_n$), que los expresaremos por el índice Q , y los precios ($p_1 \dots p_n$) que los indicaremos por P . El teorema de la consistencia nos dice que a los precios P^a se escoge la situación Q^a y a los precios P^b la situación Q^b . Si Q^a es manifiestamente preferido a Q^b , tendrá que ocurrir que $P^a Q^a \geq P^a Q^b$ y no podrá ocurrir que $P^b Q^a \leq P^b Q^b$, en el caso de que ocurriera se manifestaría la elección del sujeto inconsistente. Sobre esto ya hemos hablado mucho; vamos a ver ahora cómo podemos demostrar la elasticidad negativa de la demanda respecto al precio.

Analicemos los dos casos delineados por SAMUELSON: el de la "Supercompensación" y el de la "Compensación restringida" —Undercompensation—; de este último no da la demostración analítica SAMUELSON.

1.º Caso de las supercompensaciones (Overcompensation). Supongamos que el sujeto a los precios P^a ($p_1^a, p_2^a \dots p_n^a$) escoge las cantidades Q^a ($q_1^a, q_2^a \dots q_n^a$), siendo su renta $R^a = P^a Q^a$. Si los precios cambian a P^b , ($p_1^b, p_2^b \dots p_n^b$), de forma que el único precio que cambia es el del bien 1, resultando que $p_1^b > p_1^a, p_2^b = p_2^a \dots p_n^b = p_n^a$, es decir, quedando inalterados los precios de los restantes bienes, el sujeto escogerá las cantidades de bienes Q^b , de lo cual no podemos decir como de los precios que $Q_1^b > Q_1^a \dots$, sino simplemente diremos que el sujeto elige esta situación con una renta $R^b = P^b Q^b = R^a$, lo que precisamente tratamos de analizar es ver cómo varían las cantidades compradas al variar los precios, permaneciendo el sujeto con la misma renta monetaria.

Sigue SAMUELSON el método clásico de distinguir dos efectos: uno el de "Supercompensación", cuya distinción del de "Sustitución" ya la hemos hecho, y el del "efecto renta", igual al conocido por todos.

¿Cuándo se da este "efecto de supercompensación"? se considera una situación intermedia en la cual la renta del sujeto ha aumentado de forma que le sea posible adquirir la antigua combinación de bienes Q^a a los nuevos precios P^b : Esta situación será caracterizada porque

se elegirá una nueva combinación de bienes Q^c a los precios $P^c = P^b$, y con renta $R^c = P^b Q^a$. Así tendremos las situaciones A, B y C. De aquí:

$$P^c Q^c = P^b Q^c = P^b Q^a \geq P^a Q^a = P^b Q^b \geq P^a Q^b \quad [1]$$

De esta serie de relaciones podemos sacar varias consecuencias. Por una parte se observa que la situación C no se manifiesta peor que la A, ya que no podemos observar que $P^a Q^a \geq P^a Q^c$ debido a que a los precios P^a la situación Q^c costaba más, ya que si costase menos en la fórmula [1] la situación A se hubiera manifestado preferida a la C. Por tanto, si a los precios P^b la situación A y C son ambos posibles y se escoge la C es porque ésta es preferida por el sujeto. Este efecto del paso de A a C es el "efecto de supercompensación", en el cual si bien los precios han cambiado la renta se ha modificado de forma que el sujeto pueda comprar "si quiere" la situación A. Luego si cambia será porque a los "nuevos precios" se les ha abierto otras posibilidades.

Por tanto, que $P^b Q^c = P^b Q^a$ implica que $P^a Q^c > P^a Q^a$, o, lo que es lo mismo, $P^a Q^a \leq P^a Q^c$ [3]. Sumando [1] y [3], tenemos:

$$P^a Q^c + P^a Q^a \leq P^b Q^a + P^a Q^c$$

de aquí:

$$P^b Q^c + P^a Q^a - P^b Q^a - P^a Q^c \leq 0$$

$$Q^c(P^b - P^a) - Q^a(P^b - P^a) \leq 0$$

$$(P^b - P^a)(Q^c - Q^a) \leq 0$$

ahora bien,

$$P^b - P^a = p_1^b - p_1^a + 0 + 0 +$$

ya que $p_2^b = p_2^a \dots p_n^a = p_n^b$.

Luego

$$(p_1^b - p_1^a)(q_1^c - q_1^a) \leq 0 \quad [4]$$

ya que los restantes productos se anulan.

Y siendo por definición el primer paréntesis positivo, el segundo deberá ser negativo para que se cumpla la relación [4]. De aquí que $q_1^a \geq q_1^c$. Un aumento de precios determina, por tanto, una reducción de la cantidad comprada del bien.

Pero ahora nos falta reducir la renta a su nivel de forma que $R^a = R^b$, o, lo que es lo mismo, tenemos que pasar de la situación C a la B.

De [1] obtenemos que $P^b Q^c \geq P^b Q^b$, que nos dice que a los mismos precios, en la situación C se gasta más que en la B, luego si el bien 1 es un bien normal, se tendrá $q_1^c \geq q_1^b$.

En resumen, hemos deducido que $q_1^a \geq q_1^c$ y que $q_1^c \geq q_1^b$, luego $q_1^a \geq q_1^b$; por tanto, el aumento del precio del bien 1 ha determinado la reducción de la cantidad comprada, cumpliéndose el teorema de la elasticidad negativa respecto al precio. Fijense que esta relación de transitividad que admitimos es simplemente entre cantidades; es algo totalmente diferente de la que posteriormente examinaremos. La dificultad de esta última a ser admitida reside en el hecho de tratarse de una transitividad entre situaciones, siendo el único dato que conocemos de dichas situaciones la renta gastada en ellas, y conociendo este dato queremos que se nos manifieste la preferencia de una sobre otras.

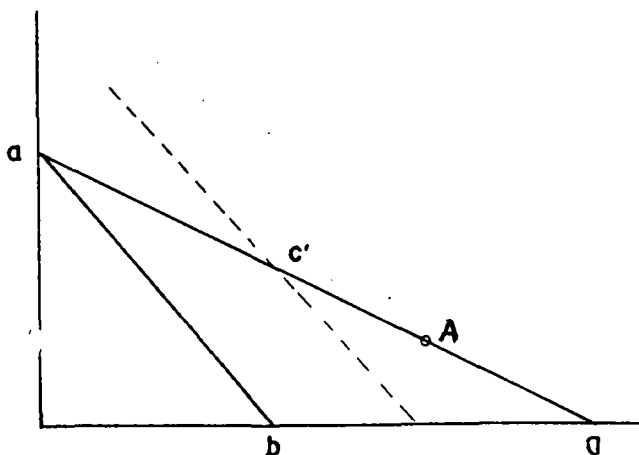


Fig.- 20

Sobre esto volveremos, pero ahora quiero recalcar la diferencia de que en este caso es una "comparación directa", las cantidades reales de bienes, mientras en el segundo es una comparación "indirecta" la de la preferencia a través de la renta gastada en cada situación; el establecer la relación de transitividad en este caso es la que nos va a presentar dificultades.

2.º Caso compensación restringida (*Undercompensation*).—Se estudia el mismo caso de la subida en el precio, pero ahora la compensación

de renta no es tal que le permita comprar a los nuevos precios la situación primitiva, sino que es de tal cuantía que el sujeto compre, a los nuevos precios, una combinación que hubiera podido comprar a los viejos. El verdadero significado de este caso sólo se comprenderá al estudiar el axioma fuerte de HOUTHAKKER, por el cual SAMUELSON siempre ha demostrado una gran admiración, y se verá cómo lo que SAMUELSON hace no es más que poner en forma analítica los argumentos geométricos de HOUTHAKKER.

Una interpretación geométrica de este caso, a reserva de exponer más tarde el tratamiento de HOUTHAKKER, el cual no tiene nada que ver con lo que a continuación se expone, es la de considerar que entre la serie de rectas de balance comprendidas, entre la aa y la ab de la figura 20, la compensación que trataremos será aquella que corresponda a la recta de puntos en la cual la situación elegida libremente por el sujeto esté sobre la recta aa . Es decir, para cada recta de puntos el sujeto escogerá un punto (c'). Esta interpretación nos dice que entre todas ellas debemos elegir aquella para la cual el punto elegido (c') esté sobre la aa . Sobre esto volveremos al estudiar el *Axioma fuerte de Houthakker*, y por ahora daremos sólo el tratamiento analítico para el caso de que se cumpliera.

Igual que en el caso anterior, supongamos que a los precios $P^a (P_1^a \dots P_n^a)$ escoge las cantidades $Q^a (q_1^a \dots q_n^a)$, siendo la renta $R^a = P^a Q^a$. Los precios cambian a $P^b (p_1^b \dots p_n^b)$, de forma que el único precio que cambia es P_1 , resultando que $p_1^b \geq p_1^a$, pero $p_2^b = p_2^a \dots p_n^b = p_n^a$, y el sujeto escogerá las cantidades $Q^b (q_1^b \dots q_n^b)$, de la cual "no" podemos decir que $q_2^a = q_2^b \dots q_n^a = q_n^b$, y el sujeto comprará esas cantidades con una renta $R^b = P^b Q^b = R^a$.

Para ver qué efectos ha producido el paso de A a B, para el bien Q_1 , supongamos ahora con SAMUELSON que a los nuevos precios la renta ha aumentado de forma que le permita comprar una combinación de bienes que le hubiera sido posible a los viejos precios. A esta situación la vamos a llamar c' , los precios serán $P^{c'} = P^b$, las cantidades compradas serán $Q^{c'}$ y la renta del sujeto en esta situación $R^{c'} = P^{c'} Q^{c'}$, tendrá que ser tal que se cumpla que $P^a Q^{c'} = P^a Q^a$, pero no sabemos *a priori* su cuantía.

Así tendremos las situaciones A, B y C' .

De lo dicho deducimos:

$$P^b Q^{c'} \geq P^a Q^{c'} = P^a Q^a = P^b Q^b \quad (1)$$

Ahora bien, la situación c' , no puede ser nunca mejor que la A, ya que en la primera situación la c' pudo ser elegida y, sin embargo, no fue así, luego la A se manifiesta preferida. Este efecto del paso de A a C' , SAMUELSON lo llama efecto de "Undercompensation" y veamos qué implica con respecto al bien Q_1 . Naturalmente, el paso de A a B es un paso a una situación peor, y pasaremos antes por C' , que es una situación intermedia. En el caso anterior —*Overcompensation*—, la situación intermedia C era mejor que la A.

Con respecto al bien Q, podemos deducir que si C' es peor que A y dado que $P^a Q^a = P^a Q^{c'}$, tendrá que ocurrir que $P^b Q^a > P^b Q^{c'}$.

Restando:

$$P^a Q^a - P^b Q^a \leq P^a Q^{c'} - P^b Q^{c'}$$

(cambia el signo de la desigualdad porque $P^a Q^a < P^b Q^a$)

$$(P^a - P^b) Q^a \leq (P^a - P^b) Q^{c'}$$

$$(P^a - P^b) (Q^a - Q^{c'}) \leq 0$$

Siendo

$$(P^a - P^b) = (p_1^a - p_1^b) + (p_2^a - p_2^b) + \dots$$

$$(P^a - P^b) = p_1^a - p_1^b + 0 \dots + 0$$

y $(Q^a - Q_1^{c'}) = (q_1^a - q_1^{c'}) + (q_2^a - q_2^{c'}) \dots + (q_n^a - q_n^{c'})$, nos quedará que

$$(p_1^a - p_1^b) (q_1^a - q_1^{c'}) \leq 0 \tag{II}$$

como $p_1^b > p_1^a$ para que [II] sea ≤ 0 $q_1^a \geq q_1^{c'}$.

El efecto renta es claro partiendo de [1].

Si $P^b Q^{c'} \geq P^b Q^b$, quiere decir que el bien es normal $q_1^{c'} \geq q_1^b$.

De aquí, si $q_1^a \geq q_1^{c'}$ y $q_1^{c'} \geq q_1^b$, será que $q_1^a \geq q_1^b$.

Luego en este caso también queda demostrada la elasticidad negativa de la demanda respecto al precio.

Fijense que hasta ahora hemos solamente establecido una relación de transitividad entre cantidades $q_1^a, q_1^b, q_1^{c'}$, pero no una relación de transitividad entre preferencias. En los casos anteriores, concretamente en el de "supercompensación", comparábamos los puntos A, C y B para ver cómo había variado la demanda del bien q_1 , al pasar del punto A

al B, sirviéndonos como escalón del C. Pero no estudiábamos una comparación como: si A se manifiesta preferido al B, y el B al C, el A será manifiestamente preferido al C; el establecer una relación de este tipo supondría un estudio de la transitividad de las preferencias. En el caso de la "supercompensación", si bien decimos que el C debía ser preferido al A y al B, esto no nos permite establecer una relación de transitividad. Pero en ese caso no necesitábamos justificar la transitividad de las preferencias, porque tal problema no surgía.

Transitividad e integrabilidad

Al igual que en la teoría del consumo, basada en las líneas de hipersuperficies de indiferencia, cuando se trataba de más de dos bienes surgía el problema de la integrabilidad, al objeto de obtener una función índice de utilidad, en la teoría de la "preferencia revelada", tal problema surge cuando se trata de obtener una ordenación de las preferencias del consumidor, y para realizar dicha ordenación es vital la propiedad de la transitividad entre las situaciones manifestadas preferidas a otras. Los dos problemas son similares, en ambos se trata de obtener un instrumento que nos permita ordenar las preferencias.

La explicación de los ciclos cerrados y abiertos de PARETO (57) que nos da SAMUELSON (58) nos permitirá ver lo que implica la no integrabilidad. Este problema de la integrabilidad preocupó a PARETO durante gran parte de su vida.

Ya hemos subrayado antes que en el caso de dos bienes siempre es posible la integrabilidad, esto lo expresa SAMUELSON diciendo: "Con dos bienes no existe problema: cada ciclo es "cerrado" en el sentido de que PARETO pudo siempre encontrar un índice de utilidad, definido por una integral, el cual vuelve a su viejo valor tan pronto retornemos al punto A. Pero con tres o más bienes pueda resultar que los ciclos sean "abiertos": que si pasamos de A a B y después volvemos a A, que la integral nos dé por resultado que A es "mejor que sí mismo."

Veamos ésta gráficamente para el caso de tres bienes (Fig. 21).

Supongamos que partimos del punto A, de modo que nuestro consumidor posea las cantidades de x_1 , x_2 y x_3 , correspondientes a las coordenadas de dicho punto. Si mantenemos constante x_1 , de modo que va-

(57) V. PARETO (1906), *Manuale di economia politica*, Torino.

(58) P. A. SAMUELSON, *The problem of integrability*, artículo citado.

yamos pasando a otras situaciones indiferentes con la A, a cambio de lo recibido de x_2 , debemos de ir entregando cantidades de x_3 , así llegaremos al punto B, indiferente con el A. Si ahora mantenemos constante x_2 y disminuimos x_1 , deberemos aumentar x_3 , hasta llegar al punto C, indiferente con el B. Si marchando por la parte posterior de la figura, cuya base, parecida a un triángulo, evita las complicaciones de trabajar

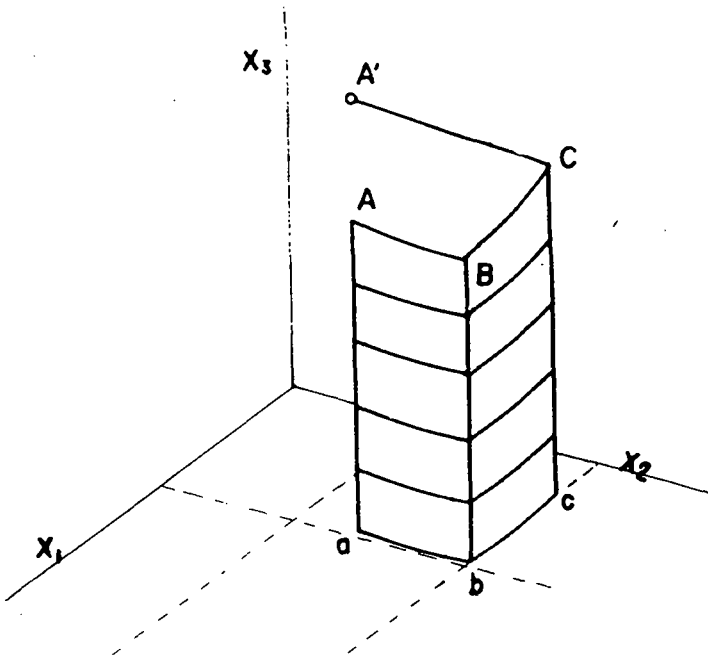


Fig.- 21

con figuras como la elipse, intentamos volver al punto de partida, pero siempre con la condición de llegar a un punto indiferente con el C, puede resultar que al ir en este camino, incrementando x_1 y disminuyendo x_2 para mantenernos indiferentes, ocurra que debamos incrementar x_3 , de forma que el punto indiferente con el C, que está sobre la vertical de A no sea el A sino el A' , y en este punto tenemos las mismas cantidades de x_1 y x_2 que al principio, pero más de x_3 ; éste es el ciclo "abierto" de PARETO. Si el consumidor se comporta de dicha manera, implica la no-integrabilidad, a lo que en nuestro lenguaje nuevo llamamos inconsistencia en el comportamiento.

Conviene examinar cómo se plantea este problema en la teoría de la "preferencia revelada".

El Teorema de la Consistencia nos dice que una situación A se revela preferida a otra B si a los precios de A, $P^a Q^a \geq P^a Q^b$, de forma que si en la segunda situación se elige B a los precios P^b , nunca puede ocurrir que $P^b Q^a \leq P^b Q^b$, ello indicaría que pudiéndose comprar A no se compra prefiriéndose B, pero en la primera situación la elección había sido la inversa, luego el comportamiento sería inconsistente. Vamos a ver con un ejemplo numérico que aun cumpliéndose este Teorema entre cada dos situaciones, no es posible demostrar la transitividad entre A, B y C. Es decir, que manifestándose A preferido a B, B a C, puede ocurrir que los datos objetivos que poseemos y que son el producto de precios por cantidades, nos den como resultado que C sea preferido a A, echándonos por tierra una de nuestras esperanzas de poder construir una teoría del consumidor partiendo de datos objetivos y cuya adquisición no presenta las dificultades de las líneas de indiferencia.

El ejemplo (59) va a ser de tres bienes, cuyos precios cambian en tres ocasiones; en cada una de dichas ocasiones el sujeto elige una cierta cantidad de bienes. La renta tiene que variar, o mejor dicho, no prestamos atención a su cuantía, ya que como veíamos en el caso de dos bienes, si la renta monetaria permanece constante no permite el desarrollo de esta teoría porque no hay posibilidades de comparación (una de las rectas de balance permanecería siempre sobre la otra, manifestándose, según nuestra teoría, siempre preferida y sin posibilidades de comparación). Esto es, sin duda, una limitación de la teoría, pero no tan grave como a primera vista parece, pues lo que en realidad intentamos es obtener un orden de las preferencias del sujeto, que se debe "revelar" o "manifestar" en las diversas situaciones de precios y rentas de una forma completamente objetiva.

	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
X	2	14	2	9	2	3
Y	4	8	2	8	2	12
Z	2	6	2	10	4	10

(59) S. LOMBARDINI, *L'analisi della domanda nella Teoria economica*. Milán. Obra citada.

Estos números pueden ser totalmente arbitrarios y hasta incongruentes, pero ello en nada resta eficacia a la demostración que, aun cumpliéndose el Teorema de la Consistencia, no se puede demostrar la transitividad. Que los números son totalmente arbitrarios se ve claramente al observar que en el paso de la situación A a la B, solamente el precio de "y" ha variado disminuyendo y, sin embargo, la cantidad demandada permanece constante; sin embargo no es del todo absurdo, ya que, como veremos, el valor de $P^b Q^b$, la renta ha disminuido considerablemente. Al pasar de B a C sólo varía el precio de Z, aumentando y, sin embargo, la cantidad demandada sigue constante; tampoco se puede considerar tan absurdo porque la renta ha aumentado, pero lo que sí es difícil de explicar es que la cantidad de X en la situación C disminuya de dicha forma, cuando el precio no ha variado y la renta ha aumentado. Pudiera pensarse que si los datos los obtuviéramos de la vida real y no de una forma arbitraria, es posible que se cumpliera la transitividad, pero no hay duda de que el hecho de que en nuestros ejemplos, aun cumpliéndose el Teorema de la Consistencia, no sean las situaciones transitivas, resta generalidad a esta última hipótesis.

Vamos a probarlo siguiendo los valores del cuadro:

$$1.^\circ - P^a Q^a = 72 > P^a Q^b = 70$$

Luego A se manifiesta preferida a B. Por otra parte:

$$P^b Q^a = 56 > P^b Q^b = 54$$

Luego es consistente porque Q^a no es asequible en la situación B.

$$2.^\circ - P^b Q^b = 54 > P^b Q^c = 50$$

Luego B se manifiesta preferida a C. Por otra parte:

$$P^c Q^b = 74 > P^c Q^c = 70$$

Luego es consistente, Q^c no es asequible en C.

$$3.^\circ - P^c Q^c = 70 > P^c Q^a = 68$$

Luego C se manifiesta preferida a A; y

$$P^a Q^c = 74 > P^a Q^a = 72$$

Luego es consistente, Q^c no es asequible en A.

¿Qué deducimos de todo esto? Que si A se manifiesta preferida a B y B a C, no por ello A lo será a C, sino que vemos precisamente lo contrario, que C lo es a A.

Llegados a este punto muerto, los tratadistas han seguido dos di-

recciones: una la de HICKS, que nos dice que esta dificultad no le impide seguir desarrollando la Teoría de la Preferencia Revelada y que se puede obtener resultados satisfactorios con ella —ya veremos a lo que llega—, y otra la de HOUTHAKKER (60), y NEWMAN (61), que realizando en realidad un retroceso teórico y afirmando por tanto implícitamente la superioridad de la Teoría paretiana, muestran que se puede pasar del examen de la preferencia revelada a la demostración de la existencia de las líneas o hipersuperficies de indiferencia. La ventaja del tratamiento de HOUTHAKKER reside en el hecho de que nos proporciona una nueva técnica para obtener las líneas de indiferencia, pero de seguirlo la nueva teoría ha perdido sus esperanzas de independencia y se mostrará subordinada a una teoría más completa. Naturalmente, todo intento y esfuerzo científico es por sí mismo laudable y no es menospreciable que se completen o se proporcionen nuevas técnicas a teorías ya reconocidas; pero creemos que esta nueva teoría debe intentar algo más antes de resignarse al papel de simple técnica.

La Teoría General en HICKS

Al objeto de que sea más fácil seguir la dirección de HICKS (62), se va a exponer su análisis del caso general.

El caso general de HICKS es de mayor amplitud teórica que el de SAMUELSON; así, no sólo se considera que el número de bienes puede ser mayor de dos, sino también que los precios de éstos pueden variar al mismo tiempo. Es decir, no se trata específicamente de que con n bienes el precio de uno de ellos varíe, sino que el horizonte es mucho más amplio, varios de ellos pueden hacerlo.

Si llamamos Q^a a las cantidades de bienes compradas en la situación A, $Q^a = (q_1^a, q_2^a \dots q_n^a)$ a los precios $P^a (p_1^a \dots p_n^a)$ y de la misma forma Q^b y P^b a los de la situación B. Si el sujeto gasta toda su renta ésta será $P^a Q^a$ en A y $P^b Q^b$ en B. Se altera la terminología usada por HICKS al objeto de guardar una cierta uniformidad con aquella empleada en nuestro trabajo y que nos es ya familiar.

(60) H. S. HOUTHAKKER, *Revealed Preference and the utility Function*, artículo citado.

(61) P. K. NEWMAN, *The Foundations of Revealed Preference Theory*, artículo citado.

(62) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 101 y siguientes.

En este caso, lo mismo que en el de dos bienes, podemos seguir una ordenación fuerte o débil.

Si aceptamos el primero, tendremos que Q^a se manifestará preferida a Q^b si ésta fuera asequible en la situación A, y, sin embargo, no fue comprada. Esto es:

$$P^a Q^a \geq P^a Q^b$$

y Q^b se manifestaría superior a Q^a si $P^b Q^a \leq P^b Q^b$. De ello se deduce que el Teorema de la Consistencia en este caso general, nos indica que es imposible que se cumplan a un mismo tiempo las siguientes relaciones a menos que $Q^a = Q^b$,

$$P^a Q^b \leq P^a Q^a \quad \text{y} \quad P^b Q^a \leq P^b Q^b$$

Si aceptamos el orden débil con la hipótesis adicional de que uno de los bienes tiene que ser perfectamente divisible y que el sujeto siempre prefiere una mayor cantidad de dicho bien a una más pequeña. Tenemos que si

$$P^a Q^b < P^a Q^a$$

Q^a se manifiesta preferida a Q^b ; mientras que si

$$P^a Q^b = P^a Q^a$$

Q^a puede ser preferida o indiferente con Q^b . De aquí se deduce que es imposible que se cumplan a un mismo tiempo

$$P^a Q^b < P^a Q^a \quad \text{y} \quad P^b Q^a < P^b Q^b \quad [1]$$

y en este caso de orden débil es también imposible que

$$P^a Q^b < P^a Q^a \quad \text{y} \quad P^b Q^a = P^b Q^b \quad [2]$$

o

$$P^b Q^a < P^b Q^b \quad \text{y} \quad P^a Q^b = P^a Q^a \quad [3]$$

La demostración de [1] ya la hemos repetido casi hasta la saciedad: ambas desigualdades implican inconsciencia de comportamiento. Vamos a explicar rápidamente la [2] y la [3]. En [2], la primera desigualdad indica que Q^a se manifiesta preferida a Q^b ; la segunda des-

igualdad indica Q^a y Q^b cuestan lo mismo, luego en orden débil pueden ser indiferentes, pero no podemos admitir tal cosa porque si en A se había revelado la preferencia de Q^a sobre Q^b , no es consistente con que en B admitamos la hipótesis de indiferencia; si el sujeto era consistente en su comportamiento debía haber elegido Q^a y no Q^b .

Ahora bien, lo que sí puede ser admitido bajo orden débil es que

$$P^a Q^b = P^a Q^a \text{ y } P^b Q^a = P^b Q^b$$

y en este caso Q^a y Q^b serían indiferentes.

Si ahora pasamos a comparar tres situaciones Q^a , Q^b y Q^c , se nos plantea el problema de la transitividad, y así como en el caso de dos bienes veíamos no podía surgir, ahora veremos cómo es posible que surja a pesar de que se cumpla el Teorema de la Consistencia entre cada dos situaciones. En el cuadro anterior, de LOMBARDINI, ya lo habíamos visto, y ahora lo volveremos a ver en el de HICKS. Las cifras son completamente arbitrarias, ya que como dice el propio HICKS (63) "Las siguientes cifras no pretenden ser realistas. En realidad no pueden ser realistas, porque nosotros estamos buscando precisamente un caso que si la teoría bajo consideración tiene alguna validez, no puede ordinariamente ocurrir. El objeto de las cifras es mostrar que el absurdo comportamiento que implica no es desechado por las reglas del Teorema de la Consistencia."

Del cuadro siguiente, y se omite la demostración por ser igual a la anteriormente expuesta, se deduce:

	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
X	1	5	1	12	1	27
Y	1	19	1	12	2	11
Z	2	9	1	12	1	1

Que Q^b se manifiesta preferida a Q^a .

" Q^c " " " Q^b .

Y, sin embargo, Q^a se manifiesta preferida a Q^c .

Contra la hipótesis de la transitividad.

(63) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 111.

Pero repasándolo con HICKS, y para el caso de orden débil, al cual desde ahora solamente nos referiremos, tendremos que

$$P^a Q^b \leq P^a Q^a, P^b Q^c \leq P^b Q^b \text{ y } P^c Q^a < P^c Q^c \quad [1]$$

implicando que Q^a es preferida o indiferente con Q^b , y Q^b preferida o indiferente con Q^c , y Q^c preferida o indiferente con Q^a , "solamente puede ser simultáneamente verdad si Q^a , Q^b y Q^c son indiferentes".

Y hemos visto que si $P^a Q^b \leq P^a Q^a$, sólo Q^a y Q^b podrán ser indiferentes si $P^a Q^b = P^a Q^a$.

Como el Teorema de la Consistencia no nos permite por sí solo afirmar la transitividad, para llegar a ella tenemos que admitir otra hipótesis deducida de nuestras reglas lógicas, y ésta, llamada el Segundo Teorema de la Consistencia, nos dice que es imposible admitir (1), a no ser que se nos convierta en igualdades, es decir, que:

$$P^a Q^b = P^a Q^a, P^b Q^c = P^b Q^b \text{ y } P^c Q^a = P^c Q^c$$

De no ocurrir esto, diremos que el comportamiento del sujeto es inconsistente y lo desecharemos.

Si quisiéramos obtener, comparando situaciones, una escala de preferencias del sujeto, tendríamos que recurrir constantemente a este Segundo Teorema de la Consistencia. HICKS habla de un tercero, cuarto ... etc., Teorema de la Consistencia, pero en realidad es el mismo. Lo que le decide para abandonar esta dirección no es precisamente las dificultades de la ordenación de las preferencias, aunque se congratula de no necesitar seguir en tal camino, sino la idea de que por tal camino no se llegará a resultados prácticos, porque para obtener éstos es necesario obtenerlos de un grupo de consumidores, y la Teoría de la "Preferencia Revelada" no puede ser, según HICKS, mantenida independientemente del comportamiento individual, no puede ser aplicada al comportamiento de grupos. En realidad, este análisis, aunque lo demuestra para el caso de dos bienes, es un poco arbitrario, es como si partiendo de los cuadros anteriores con sus números arbitrarios negásemos el hecho de la transitividad. En este aspecto, aunque crea HICKS que su dirección es más fructífera, no ha aportado nada nuevo y parece más prometedora la dirección de HOUTHAKKER, nos conduzca o no a considerar la nueva teoría como una técnica de determinación de las líneas de indiferencia o se acrisole independientemente.

El efecto sustitución en la teoría general de HICKS

La dirección seguida ahora por HICKS trata de determinar, siguiendo esta teoría, las leyes fundamentales de la demanda, pero no obtiene ninguna novedad respecto a la conocida teoría de PARETO-HICKS, que él mismo expuso en su libro *Valor y capital*, la técnica seguida es la misma: la de distinguir dos efectos: el de sustitución y el de renta.

Ello no quiere decir que carezca de interés su estudio, tanto por venir avalado por una prestigiosa firma como por ser en realidad una buena exposición de las leyes fundamentales de la demanda dentro de la nueva teoría. Una cosa es que no se aporte nada nuevo en lo que respecta a técnica de tratamiento del problema y otra el que se puedan alcanzar tan buenos resultados como con la vieja teoría; por lo menos nos indica que el camino está abierto y que no debemos menospreciar el nuevo campo de investigación.

Para determinar el efecto sustitución, aun admitiendo que el método del "Coste-Diferencia" es completamente válido, se decide por el de la "Variación Compensadora", y es que HICKS en todo su libro está pensando en las implicaciones de su teoría respecto a la Economía del Bienestar y el Excedente del Consumidor, y para estos fines le es más útil el método de la "Variación Compensadora".

Como anteriormente, partimos de una situación A, cambian los precios y el sujeto ajusta sus compras para llegar a una situación B. En el paso de A a B vamos a distinguir dos escalones: el primero observa qué distribución daría a su renta cuando a los nuevos precios se realice una variación compensadora en la renta de modo que esta nueva situación sea indiferente con la situación A; el paso de A a esta situación intermedia lo denominaremos efecto sustitución, al paso de esta última a B, de forma que el cambio sea simplemente de retornar la renta a su situación primitiva, es el efecto renta.

Si intentamos analizar el efecto sustitución, debemos abordarlo confrontando las cantidades Q^a compradas a los precios P^a , con las cantidades Q^c compradas a $P^c = P^b$ y cuando "el cambio de la renta entre las dos posiciones es tal que permita mantener la indiferencia" (64).

Por el Teorema de la Consistencia,

(64) J. R. HICKS, *A revision of demand theory*. Obra citada, pág. 115 y siguientes.

Si $P^a Q^c < P^a Q^a$, Q^a se revela preferida a Q^c .
 Si $P^c Q^a < P^c Q^c$, Q^c " " " " a Q^a .

Ahora bien, si Q^a y Q^c tienen que ser indiferentes, no podrán cumplirse ninguna de estas dos desigualdades, sino que tendrán que cumplirse a la vez las dos siguientes:

$$P^a Q^c \geq P^a Q^a \text{ y } P^c Q^a \geq P^c Q^c.$$

Fijense, y no debemos confundir esto con lo dicho anteriormente, el cambio en el signo de desigualdad no es arbitrario y tiene un significado fundamental. A las dos últimas expresiones las llamaremos, con HICKS, Tests de Indiferencia. Pero antes de seguir con su Teoría explicaremos un poco el cambio en el signo de las desigualdades, porque HICKS peca un poco de conciso y de dejar un gran trabajo al lector, parece que sigue el refrán: "la letra con sangre entra", y en este caso, aunque los palos son invisibles, no hay duda de que las meninges salen amarradas.

$P^a Q^c < P^a Q^a$ indica que Q^a se revela preferida a Q^c si añadimos el signo igual, es decir, si $P^a Q^c \leq P^a Q^a$ puede resultar que Q^a sea indiferente con Q^c , pero por la hipótesis adicional demostrada anteriormente, para que así lo sean tiene que ocurrir que $P^a Q^c = P^a Q^a$. Si ahora cambiamos el signo de la desigualdad y ponemos que $P^a Q^c \geq P^a Q^a$, quiere decir que Q^c no es asequible a los P^a y con la renta $R^a = P^a Q^a$, pero ello no quiere decir que Q^c no pueda ser indiferente con Q^a y que esto sólo sea verdad cuando ponemos el signo igual, ya que la hipótesis adicional sólo nos indica que la situación elegida se revela preferida a todos los puntos que están bajo su respectivo plano o recta de balance, pero no nos dice nada acerca de los que están por encima, algunos de éstos pueden ser muy bien indiferentes con el elegido. Esto se verá claro si se piensa que, por ejemplo, en la Fig. 22 el punto B, que es un punto "no elegido" puede ser indiferente con cualquier otro interior del triángulo aoa , es solamente el "elegido" A el que no puede ser indiferente con ninguna interior. Así, los dos Tests de Indiferencia se completan y nos determinan que Q^a y Q^c sean indiferentes.

¿Qué cambios ha habido en la estructura de las cantidades de bienes compradas?, o ¿cuáles son los cambios entre Q^a y Q^c ?

Para verlo supongamos el caso en que el cambio de los precios es, en conjunto (véase con qué amplitud de horizontes se aborda el tema),

favorable al consumidor, es decir, que predomina la reducción de los mismos. En este caso, la variación compensadora implica una reducción de renta. La cuantía de esta reducción será:

$$P^a Q^a - P^c Q^c.$$

Si ahora restamos del primero de los Tests de Indiferencia $P^c Q^c$, tendremos

$$P^a Q^c - P^c Q^c \geq P^a Q^a - P^c Q^c.$$

El primer término es, sin duda, la expresión del "Coste-Diferencia" de las cantidades Q^c , que es precisamente aquel "Coste-Diferencia" externo que expresábamos anteriormente por el área $HmbK$, y que tiene una gran similitud con el índice de PASCHE, vamos a designarlo con la letra P .

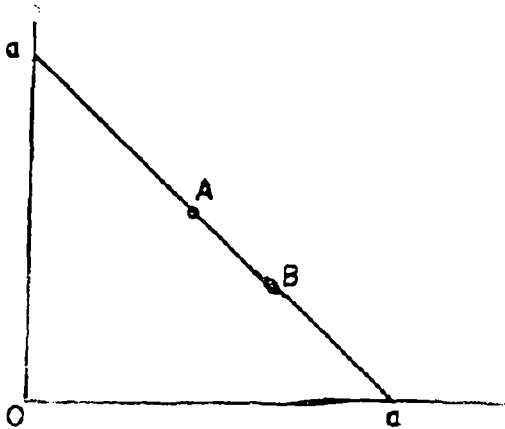


Fig.- 22

El segundo término es la "variación compensadora", que vamos a indicarla con V . Y este primer Test de Indiferencia nos dice que el Coste-Diferencia externo es mayor que la "variación-compensadora".

Si ahora restamos del segundo de los tests $P^a Q^a$, tendremos:

$$P^c Q^a - P^a Q^a \geq P^c Q^c - P^a Q^a.$$

Y si tenemos en cuenta que $P^a Q^a - P^c Q^a$ es el "Coste-Diferencia" de las cantidades Q^a , que es precisamente el "Coste-Diferencia interno"

expresado por el área HANK, y si lo designamos con L por su similitud con el índice LASPEYRE, tendremos que en siglas, por el mismo test

$$P \geq V.$$

Y del segundo test hemos obtenido que la variación compensadora es mayor que el "Coste-Diferencia interno".

Luego

$$L \leq V \leq P.$$

Si llamamos S a la diferencia entre P y L, tendremos

$$S = P - L \geq 0.$$

Expresándolo ahora en sus valores:

$$\begin{aligned} S &= P^a Q^c - P^c Q^a - P^a Q^a + P^c Q^a \geq 0 \\ &= Q^c (P^a - P^c) - Q^a (P^a - P^c) \geq 0 \\ &= (P^a - P^c) (Q^c - Q^a) \geq 0. \end{aligned}$$

Si los precios tienden a disminuir, la primera parte de este producto sería positiva, y para que $S \geq 0$, también debe ser la segunda; y que ésta lo sea quiere decir que las cantidades tienden a aumentar. Quedando demostrada la elasticidad negativa de las cantidades respecto a los precios.

De este modo, cuando un solo precio se altera, estamos en un caso particular dentro del enfoque general. En dicho caso, se anularán todas las diferencias entre los precios comprendidos en los índices P^a y P^c menos la del precio considerado ($p_r^c - p_r^a$), siendo el bien considerado, cuyo precio se altera el r , y el valor de S será:

$$S = (p_r^a - p_r^c) (q_r^c - q_r^a) \geq 0.$$

Por las mismas razones que antes, vemos que el efecto sustitución tiende a incrementar la demanda cuando disminuye el precio y viceversa.

Corrientemente, cuando hablamos de un caso general que abarca todos los demás, creemos que hemos descubierto algo; en éste nuestro caso no son excesivamente halagüeños los resultados. Fijémonos en el

caso de que los precios de dos bienes se alteren, sean éstos r y s , la expresión $S \geq 0$ o nos quedaría reducida a:

$$(p_r^a - p_r^c)(q_r^c - q_r^a) + (p_s^a - p_s^c)(q_s^c - q_s^a) \geq 0.$$

Si ambos precios bajan los dos términos que expresan la relación entre los precios, serán positivos; pero el total de la suma puede ser positivo aunque una de las relaciones entre las cantidades sea negativa con tal que la otra sea positiva y suficientemente grande. De modo que no podemos obtener ningún resultado; las cantidades pueden aumentar o disminuir, aunque en su conjunto deban aumentar. Es similar el caso de un aumento en los precios. El que presenta más dificultades son los cambios mixtos, aumento del uno, descenso del otro, este punto es un verdadero bizantinismo de HICKS y no demasiado acertado.

El resto de la obra de HICKS sigue esta línea de bizantinismo y alarde de ingenio, pero no resultados aceptables, así se ha dicho que este libro de HICKS contiene todos los materiales necesarios para poder decir: "Haga usted una teoría de la demanda a su gusto" (65). Una de las críticas más acertadas es la de KELVIN LANCASTER, que en uno de sus párrafos nos dice: "Uno no puede criticar a HICKS por entretenerse realizando juegos analíticos, pero se le puede criticar por poner esos juegos en un libro de esta clase y no proveerle de las necesarias señales para ayudar al lector a separar lo importante de lo trivial. Serios estudiosos, que han trabajado pacientemente a través de estos capítulos, han debido acabar en un estado de considerable confusión acerca de lo que la teoría de la demanda nos dice."

Quien haya leído este libro creemos estará de acuerdo con la crítica de LANCASTER; se remite al que dude de ello a aquellos capítulos que siguen al estudio del efecto sustitución; y si no se hace un resumen en este lugar es porque nos llevaría mucho espacio, casi el mismo que emplea HICKS, y no lo creemos necesario.

Concluiremos diciendo que en este análisis de HICKS hay mucho bueno y mucho superfluo, y que en los primeros capítulos hasta el octavo, en el décimo y undécimo, vemos en HICKS al maestro de reconocido prestigio de "Valor y Capital"; pero el resto de los capítulos dan un poco de impresión de ser de relleno para componer un libro e intentando ser más piadosos los podíamos calificar como de un meritorio esfuerzo por llegar a conclusiones que el desarrollo actual de la teoría no lo

(65) K. LANCASTER, *Revising demand theory*, artículo citado.

permite. Considerando que lo expuesto hasta ahora es lo mejor de la aportación del citado autor a la nascente teoría, pasemos a exponer el trabajo de HOUTHAKKER, volviendo con ello a la encrucijada en que nos habian dejado las dificultades para obtener la transitividad de las preferencias.

LA SOLUCION AL PROBLEMA DE LA TRANSITIVIDAD EN HOUTHAKKER

El orden que sigue este último es un "orden fuerte". Esto es importante para la forma de las líneas e hipersuperficies de indiferencia que pueden ser obtenidas a partir de la Teoría de la "preferencia revelada". Es importante subrayar que, según sigamos un orden, fuerte o débil, así las líneas de hipersuperficies presentarán una perfecta curvatura o tendrán tramos rectos.

Ante el hecho de que se podían presentar casos en que aun cumpliéndose el Teorema de la Consistencia no se podía afirmar la transitividad, veíamos que HICKS estableció un segundo Teorema de la Consistencia que rechazaba esos casos como inconsistentes, y HOUTHAKKER hace lo mismo cuando establece su hipótesis de la "comparabilidad a cadena" que en sí misma admite la transitividad, y rechaza aquellos casos en que no se cumple. Esto es completamente lícito en todo análisis teórico; como en cualquier otra Ciencia, ante la imposibilidad de probar una hipótesis directamente, se la admite basando todo el estudio sobre ella; si se presenta algún caso contrario, se le rechaza como anormal o debido a los errores de cálculo. Ello no quiere decir que la hipótesis sea totalmente cierta, lo será hasta que la confirmación empírica la rechace o admita u otra teoría pueda demostrar su inexactitud. Ahora bien: en ninguna ciencia, porque demostraría estupidez por parte del que la hace, se puede admitir hipótesis quiméricas o sin posible viabilidad. Generalmente se lanza una hipótesis ante un fenómeno cualquiera, después de concienzudamente estudiado, porque se cree que la dirección acertada es aquella de la hipótesis; después viene la confirmación o refutación empírica. Creemos entonces con HOUTHAKKER que la hipótesis de la preferencia puede ser admitida y está lógicamente fundada.

Una salvedad conviene recordarse. Hemos dicho que esta última teoría sigue un orden fuerte, y esto implica que la situación escogida se

manifiesta preferida a todas las otras que podían ser adquiridas y no lo son, no puede ser indiferente con ninguna de ellas porque estaríamos en un orden débil. ¿Cómo es posible, por tanto, seguir un orden fuerte, y, sin embargo, admitir la indiferencia como lo hace esta teoría? La distinción es sutil, pero fácil de comprender. El orden fuerte no admite la indiferencia para los puntos posibles —en el caso de dos bienes, el punto elegido es preferido a todos los que están por debajo o en la misma recta de balance—, pero no dice nada de los puntos no posibles —de los situados fuera de la recta de balance—, y esta teoría trata de establecer las líneas e hipersuperficies de indiferencia como una frontera entre aquéllos que se manifiestan preferidos o de más utilidad a partir de uno considerado.

En la pequeña nota introductoria con que HOUTHAKKER comienza su artículo (66), expresa claramente lo que se propone. Dice: “La Teoría de la “preferencia revelada” del profesor SAMUELSON ha probado ser una base útil para derivar una parte considerable de la teoría estática de la elección del consumidor. Las versiones existentes no son suficientes, sin embargo, para determinar cuándo las preferencias del consumidor pueden o no ser descritas por una función de utilidad del tipo acosumbrado (el problema de la integrabilidad), excepto en el poco realista caso de dos bienes. En este artículo la “fundamental hipótesis” de SAMUELSON será generalizada de modo que implique integrabilidad, aunque continúe satisfaciendo las exigencias metodológicas de la teoría de la preferencia revelada y sin perder su plausibilidad.

Aquí hay varias cosas a señalar, así: Que en esta dirección la teoría de la “preferencia revelada” se subordina a la teoría paretiana de las líneas de indiferencia; que el problema de la transitividad está íntimamente ligado con el de la integrabilidad, de forma que cuando en el caso de dos bienes no existen dificultades para la transitividad, tampoco existen para la integrabilidad; sólo cuando los bienes son más de dos es cuando pueden surgir dificultades. HOUTHAKKER aborda este caso, aunque varias veces recurre a los gráficos para hacer más intuitiva su demostración.

No vamos a exponer la demostración de HOUTHAKKER de cómo se puede llegar a determinar una función índice de utilidad, partiendo de los principios de la Teoría de la “preferencia revelada”, y no lo vamos

(66) H. S. HOUTHAKKER, *Revealed Preference and the Utility Function*, artículo citado.

a hacer porque con la exposición de lo que ha intentado nos basta para acabar de conocer el estado actual de esta Teoría. Pero antes de finalizar, una crítica hay que hacer a HOUTHAKKER, y es que su método para determinar las líneas o hipersuperficies de indiferencia es tan complicado como el de la primitiva teoría paretiana, y si una teoría ha nacido para superar los inconvenientes de otra, a la que se rechaza no por razones teóricas, sino por motivos operacionales, no podemos admitir que la nueva teoría nos conduzca a los mismos inconvenientes. Sería una verdadera pérdida de tiempo y un barroquismo en la ciencia económica, incompatible con la vigente necesidad de efectividad.

La exposición que hemos hecho en la Teoría de la "preferencia revelada" la podemos considerar como clásica, al mismo tiempo que como una exposición de principios prometedora y desesperanzadora, que se nos ha convertido en un amplio campo de investigación.

F. CELAYA