Introducción.—Principios metodológicos de la selección de proyectos por medio de ratios.—Algebra de las ratios capital-producto.—Comentarios finales

Introducción.

El uso de las ratios capital-producto como índices representativos de la calidad económica de un proyecto, principalmente en la selección de inversiones, se ha extendido a numerosas esferas.

Sin duda coadyuvan a esa dinámica tanto la sencillez aparente del índice para el no especialista como el mínimo de exigencias informativas que precisa su establecimiento.

Pero a la vez surge otro fenómeno. La preparación de tales índices tiene lugar a menudo con orientaciones al margen de la teoría económica, en parte suplantada por la atracción que ejercen los "ejemplos" previos o por planteamientos más o menos subjetivos y parciales. El resultado —y ello no es exclusivo de nuestro país— se traduce en pérdida de consistencia lógica y de posibilidades con los datos disponibles, y en el uso de variantes algebraicas de la ratio menos apropiadas que las óptimas para el problema concreto de que se trate.

Metodológicamente, la ratio capital-producto no ofrece dificultades de ningún tipo. Es sobre la clasificación juiciosa y sistemática de sus variantes donde quizá merezca la pena poner un poco de orden. Nuestro trabajo se orienta en esa dirección.

Principios metodológicos de la selección de proyectos por medio de ratios.

Sintetizamos aquí los principios que justifican el ranking o clasificación de proyectos por ratios de beneficios-costes. Dada la serie de precios

#### ANTONIO LOPEZ NIETO

de equilibrio o precios-sombra vinculada al óptimo del sistema económico sobre el que tratamos de operar, una "población" de proyectos o posibilidades de inversión en ese sistema cada uno diseñado con arreglo a las tecnologías disponibles y a los precios a que hacemos referencia, y un volumen K de inversión controlada, el subconjunto de proyectos que optimiza la selección será el resultado de

Maximizar

$$\sum_{t} (V_{t} - O_{t} - K_{t})$$
 ,  $I = 1, 2...n$ 

con

$$\mathop{\Sigma}_{\cdot} K_{I} \leq \overline{K}$$

donde  $V_I = V_{I_1} + \frac{V_{I_2}}{1+r} + \frac{V_{I_2}}{(1+r)^2} + \dots$  es el valor actual de la corriente cronológica de beneficios de todas clases vinculados al proyecto I, con r tasa elegida como tasa social de descuento.

 $O_{1} = O_{1_{1}} + \frac{O_{1_{2}}}{1+r} + \frac{O_{1_{3}}}{(1+r)^{2}} + \dots$  es el valor actual de los cos-

tes de todas clases vinculados al proyecto I, excepto los costes K1

K, es el volumen de inversión controlada que precisa I.

Una propiedad del análisis económico de proyectos señala que ese máximo condicionado se obtiene directamente sin más que efectuar el ranking de las ratios:

$$\frac{\mathbf{V_1} - \mathbf{O_1}}{\mathbf{K_1}} \ge \frac{\mathbf{V_2} - \mathbf{O_2}}{\mathbf{K_2}} \ge \dots \ge \frac{\mathbf{V_n} - \mathbf{O_n}}{\mathbf{K_n}}$$

y cortar dicha clasificación en el proyecto marginal m,  $\frac{V_{\rm m}-O_{\rm m}}{K_{\rm m}}$ tal que

$$\sum_{1}^{m} \mathbf{K}_{I} = \overline{\mathbf{K}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{m}$$

$$\sum_{1}^{m+1} K_1 > \overline{K}$$

siempre que se acepte la sustitución del racionamiento inversor implicado en  $\overline{K}$  por el de  $\overline{K}$  —  $\epsilon_m$  (1).

Evidentemente, el ranking anterior equivale al:

$$\frac{K_{1}}{V_{1} - O_{1}} \leq \frac{K_{2}}{V_{2} - O_{2}} \leq \dots \leq \frac{K_{n}}{V_{n} - O_{n}}$$

del que, como caso particular, resulta justificado el ranking con ratios capital-producto.

Algebra de las ratios capital-producto.

1. Estas relaciones en sus diversas variantes para la selección de proyectos configuran los índices más sencillos y eventualmente de menos fuerza (2).

Su utilización en el análisis económico se inició por los problemas de la macroeconomía, donde quizá scan los índices descriptivos más empleados (3).

Las relaciones capital-producto llamadas microeconómicas son las que se refieren precisamente a un solo proyecto, y de ellas nos ocupamos en el texto.

Se denomina ratios macroeconómicas a las otras. Para un ámbito económico ge-

<sup>(1)</sup> O cortar en el proyecto m+1,  $\frac{V_{m+1}-O_{m+1}}{K_{m+1}}$ , siempre que se acepte el cambio de  $\overline{K}$  por  $\overline{K}+\varepsilon_m+1$ .

<sup>(2)</sup> Dejamos a un lado la relación capital-trabajo, que proviene directamente de la versión de HECKSCHER-OHLIN sobre la teoría de los costes comparativos. Con supuestos muy discutibles encuentra alguna utilidad en la política económica de los países atrasados para el establecimiento de prioridades entre sectores. Para la selección de proyectos sólo puede aspirar a un papel secundario de índice descriptivo.

Tampoco merecen que se consideren las relaciones técnicas, específicas de algunos sectores, como por ejemplo: Hectáreas en regadio. Inversión principal, o número de vehículos-año. Inversión, tanto por su falta de selectividad —pues en el mejor de los casos sólo ofrecen una correlación positiva con las ratios económicas— como por su particularización.

<sup>(3)</sup> De hecho se puede formular una familia de ratios capital-producto, eegún la esfera económica de referencia: el sistema económico, varios sectores conjuntamente, un sector, un subsector, un pequeño conjunto de proyectos o un solo proyecto.

#### ANTONIO LOPEZ NIETO

Pero también encuentran uso para seleccionar proyectos en aquellos países atrasados donde la política económica se establezca con débiles bases analíticas, o en cualquier caso cuando los precios reales sean satisfactorios para el cálculo económico.

neral cabe distinguir como variantes de ratios macroeconómicas todas con carácter estático;

Ratios medias:

$$COR_1 = \frac{K - D}{V}$$

$$C O R_2 = \frac{K' - D'}{V}$$

donde K — D es el capital: "stock" del sistema, convenientemente depreciado, K' — D' el capital: "stock" neto de su componente de inversión "residencial", también convenientemente depreciado, y V el output anual que dichos capital: "stocks" originan.

Ratios marginales:

$$COr_1 = \frac{\Delta (K - D)}{\Delta V}$$

$$COr_2 = \frac{\Delta (K' - D')}{\Delta V}$$

$$COr = \frac{\Delta K}{\Delta V}$$

$$COr_4 = \frac{\Delta K'}{\Delta V}$$

donde  $\Delta(K-D)$  es el incremento de inversión neta en el sistema;  $\Delta(K'-D')$  es el incremento de inversión neta, deducida su componente "residencial";  $\Delta V$  es el incremento de output vinculado a la inversión anterior;  $\Delta K$  es el incremento de inversión bruta total, y  $\Delta K'$  el incremento de inversión bruta una vez deducida la magnitud de inversión en viviendas y complementarias.

De ordinario, estas ratios se calculan con sistemas de precios corrientes —los que se usen en la Contabilidad Nacional—, aplicándose como índices de caracterización ex-post; es decir, para grupos de inversiones ya realizadas. Sin embargo, en algunos casos, como cuando se empleen para caracterizar conjuntos de proyectos realizables en el futuro, deberán aplicarse con los precios ad hoc de la programación.

En síntesis, puede considerarse ahora ratio capital-producto a una ratio costes-beneficios:

- En la que los precios utilizados se identifican con los precios corrientes y con su forecasting autónomo (evolución internacional, para los países pequeños; análisis de tendencias internas y ajustes fundamentales para los países grandes) sin perjuicio de ser actualizados con tasas sociales de descuento.
- En cuyo ámbito los resultados del programa de inversión, bien por el nivel de exactitud alcanzable, bien por su importancia relativa, no justifican en ningún caso revisiones en el sistema anterior de cálculo. Aunque los supuestos de concordancia entre óptimo alcanzable, precios de cálculo y resultados implícitos en el ranking se mantengan como rumbo metodológico, la pretensión operativa de estas ratios sólo tiende a evitar grandes despilfarros en la asignación de bienes de equipo.
- Y donde los efectos indirectos (beneficios y costes indirectos) se suponen desdeñables.

Pese a tal perspectiva de tosquedad, pueden acarrear mejoras importantes respecto al desorden y aparentismo económico que ha presidido y preside la selección de inversiones públicas en numerosos países. Especialmente resultan indicadas para la formación de programas sectoriales cuyos proyectos scan homogéneos por sus outputs y ofrezcan efectos directos predominantes y como primera referencia para alternativas de diseño en dichos proyectos.

2. La estructura algebraica de estas ratios selectivas se concreta en la expresión:

$$\frac{K_{I}}{V_{I} - O_{I}}$$

donde  $K_I$  es la inversión en el proyecto I, que proviene del bloque controlado  $\overline{K}$ , programada estáticamente;  $V_I$  el valor actual de la corriente cronológica de los beneficios (4); y  $O_I$  el valor actual de la corriente cronológica de todos los costes no incluidos en  $K_I$  (costes operacionales, reemplazamientos, etc.).

<sup>(4)</sup> En general, insistimos, beneficios directos, pues el plano de rigor típico de tales relaciones no es el apropiado para estimar beneficios inducidos o indirectos. Sin embargo obsérvese que la problemática que nos ocupa no se vería afectada por una inclusión de efectos indirectos.

En efecto, el "ranking":

$$\frac{K_1}{V_1 - O_1} \leq \frac{K_2}{V_2 - O_2} \leq \dots \dots \leq \frac{K_n}{V_n - O_n} \leq \dots \dots$$

permite optimizar la selección restringida por:

$$\Sigma K_1 = \overline{K} \pm \epsilon$$

ya que equivale en un todo a:

$$\frac{V_1 - O_1}{K_1} \ge \frac{V_2 - O_2}{K_2} \ge \dots \ge \frac{V_n - O_n}{K_n} \ge \dots ; \quad (5).$$

3. El grado de racionamiento propio de  $\overline{K}$  respecto al sistema de precios utilizado se traduce en la obtención, ex-post al ranking, de un accounting-premium  $p_k > o$ , tal que:

$$p_{k} \simeq \frac{V_{m} - O_{m}}{K_{fm}} - p_{k}'$$

con  $K_{lm}$  medición del capital en unidades físicas convencionales. Y  $p_k + p'_k = p_k$  precio de equilibrio del capital racionado.

Pues bien, la existencia usual de  $p_k > 0$  es los ranking de sclecciones parciales como las que ahora nos ocupan, lleva a rechazar como estructura selectiva la de la ratio descriptiva:

$$\frac{K_{I} + K_{I}^{*}}{V_{I} - O_{I}^{*}} \quad donde \quad O_{I} = O_{I}^{*} + K_{I}^{*}$$

es decir, a aquélla en la que el numerador recoge la inversión total del

$$\frac{K_I}{V_I - O_I}$$
, en lugar de la inversa  $\frac{V_I - O_I}{K_I}$ 

Sin duda, ante una normalización de criterios, esta última forma será preferible para la solución de proyectos.

<sup>(5)</sup> La utilización de ratios capital producto y producto-capital es equivalente, manteniéndose las mismas observaciones y demostraciones para ambos tipos. Quizá por paralelismo con la estructura de las ratios macroeconómicas, el análisis de proyectos conserva frecuentemente la forma

proyecto: la inicialmente controlada  $K_1$  y la inversión posterior actualizada  $K_1^*$  (reemplazamientos, ampliaciones, etc.).

Aqui

$$\frac{K_1 + K_1^*}{V_1 - O_1^*}$$

origina un "ranking" que no se iguala en general con el de

$$\frac{\mathbf{K_1}}{\mathbf{V_1} - \mathbf{O_1}}$$

cuyos resultados, como vimos, son consistentes con los de la optimización económica a los precios dados.

Para que aparezca la equivalencia entre ambos "rankings" es preciso que  $K_1$  venga valorada en unidades  $p_k = p'_k + p_k$ , precio del capital dentro del sistema económico incrementado con el "acounting-premium" que corresponde al racionamiento de la inversión controlada, una vez que se asigne óptimamente. En este caso:

$$\frac{K_m}{V_m - O_m} = 1$$

y todos los demás proyectos seleccionados implicarian:

$$\frac{K_{I}}{V_{I}-O_{I}} \leq 1$$

Cabe señalar entonces como desigualdades en correspondencia que si

$$\frac{K_{I}}{V_{I} - O_{I}} \leq 1 \quad ; \quad \frac{K_{I} + K_{I}^{\bullet}}{V_{I} - O_{I}^{\bullet}} \leq 1$$

y si

$$\frac{K_{1}}{V_{1}-O_{1}} > 1 \quad ; \quad \frac{K_{1}+K_{1}}{V_{1}-O_{1}} > 1$$

Pero precisamente el requisito de un conocimiento previo de  $\overline{p_k}$  es el que centra los impedimentos operativos que sufren las ratios:

$$\frac{K_I + K_I^*}{V_I - O_I^*}$$

Por su parte,

$$\frac{K_{I}}{V_{I}-O_{I}}$$

da el "ranking" correcto sin precisar inferencias sobre el valor de  $\overline{p_k}$  y además dicho "ranking" resulta insensible a la unidad de cuentr de  $K_I$  (6).

4. Un caso extremo de equilibrio, verosímil en algunos países atrasados, es aquél donde se verifica que el precio de cálculo típico del factor trabajo, p<sub>n</sub>, posee un valor próximo a cero, o sea, el de los sistemas donde el capital es un factor muy escaso comparativamente a la fuerza de trabajo. El nivel de rigor que caracteriza a las ratios capital-producto

permite en esas circunstancias forzar la valoración de  $\overline{p_h}$  a  $\overline{p_h} = 0$ , con lo que las ratios se construirán en la forma:

$$\frac{K_{I}}{V_{I}-O_{I}}$$

expresándose ahora el coste de los demás factores, y el de las importaciones presumibles, en términos de capital. Esta formulación indica una correspondencia estricta entre capital y output, y por ello a estas ratios se las denomina relaciones estrictas capital-producto. Si  $\overline{p_h}$  fuese significativamente > 0,

$$\frac{K_I}{V_I - O_I}$$

<sup>(6)</sup> Esta última propiedad no tiene vigencia en el diseño de proyectos, pero es normal que cuando se utilizan relaciones capital-producto sólo se prepare una solución técnica por proyecto indirecta y toscamente vinculada a la optimización con los precios de cálculo.

puede ocasionar una merma en la potencia selectiva del "ranking" por lo que en esa última hipótesis no debe emplearse más que como ratio descriptiva.

## 5. Las ratios:

$$\frac{K_1}{V_1 - O_1}$$

han sido establecidas en forma dinámica, puesto que

$$V_{I} - O_{I} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{v_{Is} - o_{Is}}{(1+r)^{s-1}}$$

de acuerdo con sus vínculos respecto a la optimización de una función social de preferencia. Sin embargo, se hace posible formular relaciones capital-producto anual que lleven a "rankings" rigurosa o aproximadamente iguales a los anteriores. Discutámoslas y atendamos a sus limitaciones.

Toda ratio,

$$\frac{\mathbf{K_{I}}}{\mathbf{V_{I}}-\mathbf{O_{I}}}$$

en la que V<sub>I</sub> O<sub>I</sub> son valores actuales de corrientes cronológicas cualesquiera, puede expresarse como

$$\frac{\mathbf{M}.\mathbf{k}_{1}}{\mathbf{M}.\mathbf{v}_{1}-\mathbf{M}.\mathbf{o}_{1}}=\frac{\mathbf{k}_{1}}{\mathbf{v}_{1}-\mathbf{o}_{1}}$$

donde  $v_i o_i$  y  $k_i$  representan valores anuales de corrientes uniformes extendidas entre s = 1 y s = t, con t número entero convencional entre  $1 \in \infty$ , y

$$M = \frac{(1+r)^{t}-1}{r(1+r)^{t}} = f(t)$$

verificándose  $V_1 = M.v_1$   $O_1 = M.o_1$   $K_1 = M.k_1$  y, por tanto,

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{I}}-\mathbf{O}_{\mathbf{I}}}=\frac{\mathbf{k}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{v}_{\mathbf{I}}-\mathbf{o}_{\mathbf{I}}}$$

Desde luego, el "ranking" con

$$\frac{\mathbf{K_1}}{\mathbf{V_1} - \mathbf{O_1}}$$

es idéntico al de

$$\frac{k_1}{v_1-o_1}$$

pero si se opera con un M igual en todos los proyectos, también resultainsensible al cambio de la ratio

$$\frac{k_{\mathrm{I}}}{v_{\mathrm{I}}-o_{\mathrm{I}}} \quad \text{por} \quad \frac{K_{\mathrm{I}}}{v_{\mathrm{I}}-o_{\mathrm{I}}} = \frac{M.k_{\mathrm{I}}}{v_{\mathrm{I}}-o_{\mathrm{I}}}$$

pues la sustitución se limita a alterar la unidad de cuenta en el numerador de las ratios.

Esta última versión estructural

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{v}_{\mathbf{I}}-\mathbf{o}_{\mathbf{I}}}$$

es útil ya que en algunos casos los proyectos se diseñan con corrientes uniformes de rendimientos netos  $v_I - o_I$  y poscen análogos delay inicial y vida económica. Con estas hipótesis  $v_I - o_I$  y  $K_I$  aparecen como cifras "directas" en cada proyecto, por lo que así el trabajo adicional de componer la ratio resulta mínimo.

En general, cuando los proyectos poseen inversión puntual y corrientes uniformes de rendimientos netos, el "ranking" con

$$\frac{K_t}{V_t - O_t}$$

puede sustituirse por el que emplee

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{v}_{\mathbf{I}}-\mathbf{o}_{\mathbf{I}}}$$

donde  $v_I - o_I$  es el rendimiento anual neto del proyecto I, siempre que al obtener

$$\frac{\mathbf{K}_1}{\mathbf{v}_1 - \mathbf{o}_1} \leq \frac{\mathbf{K}_2}{\mathbf{v}_2 - \mathbf{o}_2} \quad \cdots \quad \overline{\geq} \leq \frac{\mathbf{K}_n}{\mathbf{v}_n - \mathbf{o}_n} \leq \ldots$$

se verificase

$$M_1 \geq M_2 \geq \ldots \geq M_n \geq \ldots$$

En efecto, de las dos expresiones anteriores deducimos necesariamente:

$$\frac{K_1}{M_1(v_1-o_1)} \leq \frac{K_2}{M_2(v_2-o_2)} \leq \ldots \leq \frac{K_n}{M_n(v_n-o_n)} \leq \ldots$$

que equivale al "ranking":

$$\frac{K_1}{v_1-o_1} \leq \frac{K_2}{v_2-o_2} \leq \dots \leq \frac{K_n}{v_n-o_n} \leq$$

De hecho, para determinar la selección óptima con ratios,

$$\frac{K_1}{v_1-o_1}$$

bastaría que si  $\frac{K_m}{v_m-o_m}$  se refiere al proyecto marginal, cualquier pro-

yecto i seleccionado:

$$\frac{\mathbf{K}_{i}}{\mathbf{v}_{i}-\mathbf{o}_{i}} \leq \frac{\mathbf{K}_{m}}{\mathbf{v}_{m}-\mathbf{o}_{m}}$$

tuviese

$$M_i \geq M_m$$

y todo proyecto j no seleccionado

$$\frac{K_{j}}{v_{l}-o_{i}} \geq \frac{K_{m}}{v_{m}-o_{m}}$$

ofreciese  $M_i \leq M_m$ 

Ahora bien; ni la secuencia

$$M_1 \ge M_2 \ge ... \ge M_m \ge ... \ge M_n \ge ...$$

ni las condiciones

$$M_j \ge M_m \quad M_j \le M_m$$

se conocen "a priori" del "ranking", excepto en el caso particular de la igualdad estricta  $M_1 = M_2 = ... = M_n = ...$ , o al menos aproximada,  $M_1 \simeq M_2 \simeq ... \simeq M_n \simeq ...$  entre las  $m_1$  de todos los proyectos del "stock".

Por ello la condición

$$M_1 \simeq M_2 \simeq \dots \simeq M_n \simeq \dots$$

debe servir como única guía práctica para el uso de

$$\frac{K_1}{v_1-o_1}$$

en la selección de proyectos con rendimientos uniformes. Con otra hipótesis sobre  $M_1$  el "ranking", según  $\frac{K_1}{v_1-o_1}$ , corre peligro de no ser óptimo (7).

$$\frac{K.}{v_1-o_1}$$

donde  $v_1 - o_1$  se refiere sin más al rendimiento neto del ejercicio s. Pero ese planteamiento parece formalmente rechazable en cualquier sistema económico verosímil. Cuando se actuara así como atributo de un enfoque tosco, el examen crítico sobre la tentativa se efectuaría centrándolo sobre las divergencias experimentales entre "rankings" con

$$-\frac{K_{\rm I}}{v_{\rm I}-o_{\rm I}}$$

y "rankings" con

$$\frac{K_1}{V_1 - O_1}$$

En las páginas siguientes describimos otros tipos de ratios anuales para la selección de proyectos cualesquiera, con "forecasting" de beneficios muy limitado.

<sup>(7)</sup> La optimización económica limitada a maximizar el excedente de beneficios sobre costos durante el ejercicio s, con las restricciones usuales, daría, claro está, plena validez a las ratios

6. Una nueva simplificación de las relaciones capital-producto tiene efecto cuando  $\frac{K_1}{O_1}$  o, en su caso,  $\frac{K_1}{o_1}$  son muy grandes entre los diversos proyectos seleccionables. En tales supuestos:

$$\frac{K_1}{V_1-O_1} \leq \frac{K_2}{V_2-O_2} \leq \ldots \leq \frac{K_n}{V_n-O_n} \leq \ldots$$

puede escribirse como

$$\frac{1}{\frac{V_1}{K_1} - \varepsilon_1} \leq \frac{1}{\frac{V_2}{K_1} - \varepsilon_2} \leq \dots \leq \frac{1}{\frac{V_n}{K_n} - \varepsilon_n} \leq \dots$$

con  $\epsilon_1$   $\epsilon_2$  ...  $\epsilon_n$  muy pequeños, que, sin riesgos para la selección, equivale a:

$$\frac{\frac{1}{V_1}}{K_1} \leq \frac{1}{\frac{V_2}{K_2}} \leq \dots \leq \frac{1}{\frac{V_n}{K_n}} \leq \dots$$

es decir:

$$\frac{K_1}{V_1} \leq \frac{K_2}{V_2} \leq \dots \leq \frac{K_n}{V_n} \leq \dots$$

y análogamente para las ratios

$$\frac{K_1}{v_1-o_1}$$

Si  $\frac{K_I}{O_I}$ , o bien  $\frac{K_I}{o_I}$ , fuese de similar magnitud en los distintos proyectos, se alcanza un resultado idéntico al anterior. Cambiando

$$\frac{K_1}{V_1 - O_1} \leq \frac{K_2}{V_2 - O_2} \leq \dots \leq \frac{K_n}{V_n - O_n} \leq \dots$$

en

$$\frac{\mathbf{V}_{1}-\mathbf{O}_{1}}{\mathbf{K}_{1}} \geq \frac{\mathbf{V}_{2}-\mathbf{O}_{2}}{\mathbf{K}_{2}} \geq \dots \geq \frac{\mathbf{V}_{n}-\mathbf{O}_{n}}{\mathbf{K}_{n}} \geq \dots$$

y escribiendo

$$\frac{O_1}{K_1} \simeq \frac{O_2}{K_2} \simeq \dots \simeq \frac{O_n}{K_n} = b$$

tendríamos:

$$\frac{V_1}{K_1} - b \ge \frac{V_2}{K_2} - b \ge \dots \ge \frac{V_n}{K_n} - b \ge \dots$$

que equivale a:

$$\frac{K_1}{V_1} \leq \frac{K_2}{V_2} \leq \dots \leq \frac{K_n}{V_n} \leq \dots$$

y en forma similar para las relaciones

$$\frac{K_{I}}{v_{I}-o_{I}}$$

Si a su vez,  $\frac{V_I}{O_I}$  fuese sensiblemente constante (8) o muy grande entre los proyectos del "stock", podremos escribir:

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{I}} - \mathbf{O}_{\mathbf{I}}} = \frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{I}}} \cdot \frac{\mathbf{V}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{I}} - \mathbf{O}_{\mathbf{I}}} = \frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{I}}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\mathbf{O}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{I}}}}$$

donde  $\frac{1}{1-\frac{O_1}{V_1}}$  es cuasi-constante para los distintos proyectos I y aná-

logamente en el caso de ratios  $\frac{K_1}{v_1-o_1}$ 

Ello permite ampliar aun más el uso de:

$$\frac{K_1}{V_1} \leq \frac{K_2}{V_2} \leq \dots \leq \frac{K_n}{V_n} \leq \dots$$

<sup>(8)</sup> Lo que es típico de muchos programas sectoriales.

o el de

$$\frac{K_1}{v_1} \leq \frac{K_2}{v_2} \leq \dots \leq \frac{K_n}{v_n}$$

como "rankings" simplificadas

Estas ratios  $\frac{K_1}{V_1}$  o  $\frac{K_1}{v_1}$  se denominan relaciones capital-producto bruto.

7. Sin dificultad pueden establecerse simplificaciones similares a las anteriores en el caso de estructuras diferenciadas.

$$\frac{\mathbf{K}_{1}}{\mathbf{V}_{1} - (\mathbf{O}_{11} + \mathbf{O}_{21})} \quad \mathbf{o} \quad \frac{\mathbf{K}_{1}}{\mathbf{v}_{1} - (\mathbf{o}_{11} + \mathbf{o}_{21})}$$

donde  $O_1 = O_{11} + O_{21}$ ;  $o_1 = o_{11} + o_{21}$ ; y en las que se verifica una de estas dos propiedades:

$$\frac{K_1}{O_{21}}$$
 o  $\frac{K_1}{o_{21}}$  muy grandes o constantes en todos los proyectos seleccionables.

$$\frac{\mathbf{V_I}}{\mathbf{O_{2I}}}$$
 o  $\frac{\mathbf{V_I}}{\mathbf{o_{2I}}}$  muy grandes o constantes en todos los proyectos seleccionables.

Las ratios simplificadas serían:

$$\frac{\mathbf{K_{I}}}{\mathbf{V_{I}} - \mathbf{O_{1I}}} \quad \mathbf{o} \quad \frac{\mathbf{K_{I}}}{\mathbf{v_{I}} - \mathbf{o_{1I}}}$$

8. También tiene interés un examen de la problemática selectiva cuando el "forecasting" de rendimientos metos es tan débil e impreciso que se concreta, para cualquier proyecto seleccionable, en una estimación puntual típica. En tales circunstancias, la estructura de las ratios debe adecuarse a ese nivel informativo y a las peculiaridades con que aparece.

Primeramente cabe reconsiderar la ratio:

$$\frac{k_1}{v_1-o_1}$$

donde  $v_1 - o_1$  estima el valor anual típico de una corriente "equivalente" de rendimientos uniformes extendida durante la vida económica del proyecto (supondremos que es la única magnitud que al respecto se evalúe en el proyecto I);  $k_1$  es la anualidad, durante esa vida económica que corresponde a la amortización e interés de la inversión  $K_1$ .

Tenemos:

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{I}} - \mathbf{O}_{\mathbf{I}}} = \frac{\mathbf{M}_{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{k}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{M}_{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{I}} - \mathbf{M}_{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{o}_{\mathbf{I}}} = \frac{\mathbf{k}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{v}_{\mathbf{I}} - \mathbf{o}_{\mathbf{I}}}$$

luego la selección según  $\frac{k_{\mathrm{I}}}{v_{\mathrm{I}}-o_{\mathrm{I}}}$  se identificará con la selección según

 $\frac{\mathrm{K_I}}{\mathrm{V_I} - \mathrm{O_I}}$  en tanto que el valor de cálculo de  $v_\mathrm{I} - o_\mathrm{I}$  sea acertado en cada

uno de los proyectos del "stock". Deberá utilizarse  $\frac{k_1}{v_1-o_1}$  cuando los datos disponibles condensados en un valor de  $v_1-o_1$  no permitan incrementar la exactitud estimando, paralela o ulteriormente, a  $V_1-O_1$ .

9. Situaciones parecidas llevan, en principio, a la ratio.

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{v}_{\mathbf{I}}-\mathbf{o}_{\mathbf{I}}-\mathbf{k}_{\mathbf{I}}}.$$

Aceptemos que la estimación de los rendimientos netos se reduce a un índice posicional de su corriente cronológica, cuya valoración sea el  $v_1 - o_1$ . El "ranking" según:

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\boldsymbol{v}_{\mathbf{I}} - \boldsymbol{o}_{\mathbf{I}}}$$

se distingue del "ranking" según:

$$\frac{K_{I}}{V_{I}-O_{I}}$$

en que incluye un efecto relativamente contrario a los proyectos de larga duración.

Comparando ahora el "ranking" según:

$$\frac{\mathbf{K_{I}}}{\boldsymbol{v_{I}}-\boldsymbol{o_{I}}}$$

con el "ranking" según:

$$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{v}_{\mathbf{I}}-\mathbf{o}_{\mathbf{I}}-\mathbf{k}_{\mathbf{I}}}$$

observamos un efecto equilibrante hacia el "ranking" riguroso, ya que K<sub>I</sub> posee un valor relativamente más elevado en los proyectos de corta vida que en los de prolongada explotación. Ahora bien, si examinamos el problema reinterpretándolo en términos de inferencia estadística, resulta que

$$\frac{K_{I}}{v_{I}-o_{I}-k_{I}}$$

puede subtituirse por una estimación de

$$\frac{K_{I}}{V_{I}-V_{I}}$$

sin que ofrezca ventajas intrínsecas sobre ésta:  $V_1 - O_1$  se estimaría en el peor de los casos por medio de  $v_1 - o_1$ .

La ratio:

$$\frac{K_{\rm I}}{v_{\rm I}-o_{\rm I}-k_{\rm I}}$$

goza, sin embargo, de alguna ventaja si se emplease como ratio de estructura única para el análisis económico y para el análisis financiero (9) en selecciones de modesto calibre.

10. Por último, no está de más hacer referencia expresa a las ratios descriptivas para proyectos que frecuentemente desempeñan un valioso papel informativo ex-post a la selección. Ya antes mencionamos a dos de ellas:

$$\frac{K_I + K_I *}{V_I - O_I *} \quad \frac{K_I}{V_I - O_I'}$$

privada, estática o mixta, sometida al requisito institucional del reimbursement de K. Juzgamos a este requisito sin significado trascendente en el análisis económico de ámbito nacional, aunque no en el análisis financiero que lo complemente.

<sup>(9)</sup>  $\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{I}}}{\mathbf{v}_{\mathbf{I}} - \mathbf{o}_{\mathbf{I}} - \mathbf{k}_{\mathbf{I}}}$  permite evidentemente el "ranking" idóneo en una optimización

#### ANTONIO LOPEZ NIETO

Otro tipo, con amplio reflejo en el análisis financiero de proyectos cuyo régimen de explotación sea de rendimientos netos crecientes y de larga vida económica (recursos hidráulicos, por ejemplo), lo constituyen las series capital-producto anual; esto es, series como:

$$\frac{K_1}{v_{i_1}-o_{i_1}}; \frac{K_1}{v_{i_2}-o_{i_2}}; \dots; \frac{K_1}{v_{i_1}-o_{i_t}};$$

que expresa los cocientes entre la inversión  $K_1$  y los rendimientos netos de cada ejercicio 1, 2 ... t. Alternativamente, estas ratios se preparan incluyendo sólo los ejercicios  $t_1$ ,  $t_2$ ... tomados como más significativos  $\{\begin{array}{c} y \\ 0 \end{array}$  poniéndolas en la forma:

$$\dots \frac{\boldsymbol{v_{I_1}} - \boldsymbol{o_{I_1}}}{K_I} \dots$$

La variante:

$$\frac{k_1}{v_{t_1}-o_{t_1}}; \frac{k_1}{v_{t_2}-o_{t_2}}; \dots; \frac{k_1}{v_{t_t}-o_{j_t}}; \dots$$

También encuentra aplicaciones similares.

## Comentarios finales.

Las inconsistencias lógicas deben eliminarse en cualquiera utilización pragmática de la ratio capital-producto. Señalaba F. M. BATOR sobre este punto: "Bad logic is a poor way to compensate for the fact that the world is complicated" (10).

Pero el problema de elegir la modalidad relativa más apropiada no se reduce al territorio de la consistencia metodológica. La ratio capital-producto encubre una serie de variantes relacionadas con diversos supuestos de los proyectos y del sistema económico, que, a su vez, precisan un volumen crítico y específico de información económica. De aquí la conveniencia del engarce entre peculiaridades de la selección y nivel disponible de los datos. Sólo con él los analistas podrán determinar la variante idónea.

<sup>(10)</sup> F. M. BATOR: "On Capital Productivity, Input, Allocation and Growth"; The Quarterly Journal of Economics. Febrero, 1957.

Nuestro estudio, en ayuda de tal tarea, ha recorrido con minuciosidad las peculiaridades del caso distinguiendo sucesivamente:

- Incorrecciones conceptuales derivadas del "pricing".
- Variantes estáticas.
- Variantes de producto bruto, total o parcial.
- Variantes de información mínima.
- Ratios descriptivas.

Lo que reduce el tema a una ordenación fácilmente abordable. La ratio se determinaría en cada caso a través del siguiente proceso:

- aprovechamiento de los canales de información que sirvan para estimar efectos de los proyectos seleccionables;
- investigación de las características que, siendo relevantes para la elección del tipo de ratio, existan en ellas corrientes cronológicas de los beneficios y costes propios de tales proyectos;
- deducción de la parte de esas características que resulte implicada en la información disponible;
- y, por último, localización de la estructura más sencilla de ratio capital-producto que capte a ese conjunto de características.

Pero además no es aventurado suponer que el reconocimiento de los límites con que el nivel informativo acota la representatividad de las ratios capital-producto, y su influjo en la elección de ratios simplificados, induzea otros efectos igualmente importantes. Nos referimos al círculo vicioso de ausencia de puntualizaciones operativas de los anteriores, escasez o falta de especialistas y debilidad de los datos, que atenaza al círculo económico de proyectos de inversión pública en numerosos países. La especificación del criterio selectivo en tipos de potencia desigual y el reconocimiento expreso de las diferencias de potencia de esos tipos constituiría en tal supuesto un punto de arranque de tensiones expansivas y de mejora sobre el nivel de información preexistente.

ANTONIO LOPEZ NIETO

