

UTILIDAD Y PROBABILIDAD MEDIBLES

Una transcripción simplificada ()*

La versión moderna de la utilidad medible es una parte de la teoría de la conducta humana en condiciones de riesgo. Su consistencia con determinados axiomas básicos ha sido el tema de una larga discusión de elevado nivel técnico (1). La presente nota apenas si tiene algo que añadir a esta discusión y no pretende alcanzar dicho nivel. Escrito por alguien no especializado, sólo intenta ayudar a cualquier colega no especialista a ver el bosque sin la molestia que pueden causar los árboles. La finalidad que se persigue es, ante todo, la de facilitar la lectura, aun cuando ello

(*) Artículo aparecido en *Economic Journal*, septiembre 1956. Traducción realizada por Agustín Cotorruelo.

(1) Además de von Neumann y Morgenstern's, *Theory of Games* (2.ª edición, págs. 15 a 31 y 617-32), los artículos citados más a menudo son: M. Friedman y L. J. Savage: "The Utility Analysis of Choice Involving Risk", *The Journal of Political Economy*, 1948; J. Marschak: "Rational Behaviour. Uncertain Prospects and Measurable Utility", *Econometrika*, 1950; y P. A. Samuelson: "Probability, Utility and the independence Axiom", *Econometrika*, 1952. A. A. Alchian ("The meaning of Utility Measurement", *American Economy Review*, 1953) y R. H. Stroltz ("Cardinal Utility" en *Papers and Proceedings, American Economy Review*, 1953), se mueven aún en un plano menos formal: El profesor Georgescu-Roegen en su artículo "Choice, Expectations and Measurability", *Quarterly Journal of Economics*, 1954, cita una lista de otras referencias. Debemos añadir a esta lista el importante capítulo del próximo libro del profesor R. G. D. Allen, que yo he tenido el privilegio de leer antes de su publicación.

signifique la pérdida de una mayor precisión en algunos puntos.

La hipótesis de la expectativa moral

La hipótesis fundamental de la teoría con la cual se relaciona la presente nota es la de que en condiciones de riesgo la gente se conduce "como si" estuviera maximizando una expectativa matemática de utilidad, la expectativa moral de Bernoulli. La condición "como si" es importante porque, al elegir entre las alternativas de actuación en condiciones de riesgo, la gente no supone que realiza todos los cálculos expuestos en el párrafo siguiente; de la misma manera que al calcular la distancia de un objeto se supone que se calcula el tamaño del triángulo constituido por el objeto y los ojos, conduciéndose como si realmente se estuviera haciendo esto.

El siguiente ejemplo puede ayudar a explicar que la expectativa moral es el principio que gobierna la conducta en condiciones de riesgo. Supongamos que un individuo tiene que elegir entre dos actos alternativos. Uno es comprar una bicicleta; el otro es comprar un billete de lotería con una posibilidad de 50:50 para obtener un automóvil o nada. Supongamos también que el precio de la bicicleta es justamente igual que el precio del billete de lotería y que no hay otra forma de utilizar el dinero; nuestro individuo debe tener bicicleta o el billete de lotería; ¿qué deberá elegir?

Si aceptamos la hipótesis de que el individuo está maximizando la expectativa matemática de utilidad, la contestación viene dada por el cálculo siguiente: Supongamos que la medida numérica de la utilidad del automóvil es 1, la medida de la utilidad de la bicicleta es 0,3 y la de nada es 0. La expectativa moral del billete de lotería con una probabilidad de 50 : 50 (es decir, 0,5 : 0,5) para obtener el coche o nada es entonces $1 \times 0,5 + 0 \times 0,5 = 0,5$. Esto es más que el valor numérico de la utilidad de la bicicleta (0,3). De acuerdo con la hipótesis de la expectativa moral, nuestro individuo deberá elegir el billete de lotería. Si la utilidad de la bicicleta fuera mayor que 0,5 ó si la

posibilidad de obtener el coche fuese menor de $0,3 : 0,7$, el individuo elegiría la bicicleta.

Puede aplicarse el mismo argumento a situaciones más complejas. Un billete de lotería puede representar cualquier tipo de acción que implique riesgo y nuestro individuo puede tener que elegir entre más de dos alternativas. También los premios que pueden obtenerse (dos o más de ellos) pueden ser de la naturaleza de los billetes de lotería. Una de las alternativas sería, por ejemplo, invertir dinero en una determinada extensión de tierra con la posibilidad de encontrar allí petróleo. El petróleo puede ser una fuente de renta, mientras que no sea desplazado por algún otro tipo de combustible. En el caso de que la utilidad de la renta en expectativa sea 1, la probabilidad de que el petróleo sea desplazado por algún otro tipo de combustible es 0,2 y la probabilidad de que el petróleo tenga éxito es 0,5, la expectativa matemática de la utilidad del petróleo es $1 \times 0,8 + 0 \times 0,2 = 0,8$ y la expectativa matemática de la utilidad del terreno es $0,8 \times 0,5 + 0 \times 0,5 = 0,4$. Considerando si es mayor o menor que la expectativa matemática de la utilidad de las inversiones alternativas, nuestro individuo deberá o no adquirir el terreno.

Si esta teoría ha de tener algún significado, debe darse una respuesta satisfactoria a las siguientes cuestiones: 1) ¿qué significado debe darse a las medidas numéricas de utilidad y cómo pueden determinarse? y 2) ¿qué significado debe darse y cómo se pueden determinar las medidas numéricas de probabilidad? Estas dos cuestiones son el tema fundamental de la mayor parte de este artículo. Las tres secciones últimas se ocupan de la consistencia lógica de la teoría y de su comprobación empírica.

Medidas intuitivas de la utilidad

En relación con la utilidad, hay una cuestión sobre la cual debemos mostrarnos conformes de una vez. La utilidad es igual que la temperatura; para medirla debemos referirla a una escala de unidades y origen arbitrarios. Para medir la temperatura podemos utilizar la escala Fahrenheit, Centígrada o Reaumur. Lo mismo

puede decirse respecto de la utilidad. Para medirla en principio debemos tener una escala a la cual podamos referirnos.

La escala ha de fijarse con referencia al individuo en cuya conducta estamos interesados. El origen de la escala puede ser, por ejemplo, la posición en la cual este individuo concreto no tiene todavía ni la bicicleta ni el automóvil. En esta posición su utilidad debe decirse que es cero. La unidad de la escala puede fijarse añadiendo el valor de la utilidad que para él se deriva de la posesión del automóvil en adición a la que ha adquirido en la posición cero. El problema consiste entonces en la determinación de medidas numéricas para la utilidad que para él se deriva de otras combinaciones de bienes, tales como, por ejemplo, los bienes que ha adquirido en la posición cero más una bicicleta en lugar del coche.

Una forma de resolver el problema parece que sería simplemente informar al individuo de las posiciones que hemos elegido para la unidad y cero, y preguntarle para determinar el valor numérico de la utilidad de la combinación bicicleta por intuición. Un método tan directo no puede aceptarse, sin embargo, debido a dos razones por lo menos. Una es la de que generalmente se cree que nuestra intuición no va tan lejos como para hacer posible una medición semejante; podemos "clasificar" utilidades en el sentido que es posible decir que preferimos el coche a la bicicleta, pero no podemos decir cuánto o cuántas veces lo preferimos. La otra razón es que si a pesar de todo alguien pudiera pensar que es capaz de dar valor numérico a las utilidades por intuición, esto no sería lo mismo que medirlas; sería simplemente la realización de una predicción no confirmada por ningún fenómeno observable y sin posible comprobación mediante una determinada prueba o experimento.

El método Jevons

El método descrito en este apartado corresponde más o menos a las consideraciones sobre utilidad de Jevons (2). Se basa en la creen-

(2) Véase el artículo de D. Ellsberg "Classic and Current Notions of Measurable Utility", *Economic Journal*, 1954.

cia de que podemos clasificar no solamente utilidades, sino también diferencias en las utilidades (3). Citando el ejemplo del profesor Robbins (4), es posible decir no solamente que preferimos un Rembrandt determinado a un Holbein, y el Holbein al Munnings, sino también que nuestra preferencia del Rembrandt sobre el Holbein es menor que la del Holbein sobre el Munnings. Si esto es cierto, es posible entonces conceder valores numéricos a las utilidades sin una ulterior apelación a la intuición.

Supongamos que en nuestro primer ejemplo el individuo prefiere el automóvil a la bicicleta y que esta preferencia es mayor que la de la bicicleta sobre nada (habiéndose de añadir el automóvil, la bicicleta y nada a lo que había adquirido en la posición cero). Esto significa que si la utilidad de nada es cero y la utilidad del automóvil es la unidad, la utilidad de la bicicleta debe estar entre cero y 0,5. Debiera existir, sin embargo, un bien que estuviese en la mitad del coche y nada, siendo la preferencia del individuo por este bien sobre nada exactamente la misma a su preferencia del automóvil sobre él. La utilidad de este bien es 0,5. Debemos encontrar ulteriormente un bien que se encuentre exactamente en la mitad entre cero y 0,5, siendo su utilidad 0,25. Si el individuo prefiere la bicicleta a este último bien, la utilidad de la bicicleta está ahora entre 0,25 y 0,5. Procediendo de esta manera podemos delimitar cada vez más claramente la utilidad de la misma y determinarla con tanta precisión como deseemos.

El método de Jevons no requiere una medición intuitiva de cada utilidad o de las diferencias en las mismas. Requiere solamente una habilidad para clasificar las diferencias, la habilidad necesaria para decir que preferimos un bien determinado a otro exactamente como que preferimos el último a otro bien cualquiera. Que poseamos una habilidad semejante es una cuestión discutible. Aun cuando creamos que la tenemos, debemos considerar que existe una gran diferencia entre la clasificación de utilidades y la clasificación de las diferencias en las mismas. Las primeras deben corresponder a de-

(3) El término "diferencias en las utilidades" se utiliza en el sentido de diferencias de distancia. (V. C. Kennedy, "Concerning Utility", *Económica*, 1953.)

(4) "Robertson on Utility and Scope", *Económica*, 1953. Ver también el comentario del profesor Hicks en "Robbins on Robertson on Utility", *Económica*, 1954.

terminados actos que pueden probarse y observarse. Debemos, por ejemplo, permitir a nuestro individuo que elija entre el automóvil y la bicicleta, y concluir que la utilidad de la alternativa elegida es mayor que la utilidad de la alternativa a la que ha renunciado. Si el individuo se abstiene de hacer la elección y no le importa si algún otro la hace por él, puede considerarse que es indiferente; las dos utilidades aparecen clasificadas como del mismo nivel para él. Si se requiere al individuo para ordenar las diferencias en las utilidades, este principio es inoperante, porque resulta imposible elegir entre la adición de una bicicleta a lo que poseemos ahora y la adición de un automóvil menos la bicicleta (el cambio de la bicicleta por el coche) después que hemos adquirido la bicicleta. No tiene sentido hablar de una elección semejante porque es imposible elegir la segunda alternativa sin que previamente hayamos obtenido la primera. La clasificación de las diferencias en la utilidad requiere habilidad para proyectarse uno mismo en dos situaciones diferentes, una antes de haber adquirido la bicicleta y la otra después de haberla adquirido; y como en realidad nadie puede estar en dos situaciones al mismo tiempo, la clasificación no puede comprobarse mediante experimento u observación. El método de Jevons no es una operación científica, al menos no lo es en el moderno sentido de esta palabra.

El hecho de que la clasificación de las diferencias en la utilidad no puedan comprobarse por observación no quiere decir que carezca de sentido hablar de ellas. Basándonos en nuestra experiencia pasada y utilizando nuestro poder de imaginación, realizamos a menudo una especie de cuadro mental de lo que debiéramos opinar en ciertas situaciones hipotéticas de determinadas cosas; sobre tener el Rembrandt en lugar del Holbein si ya teníamos el Holbein, o sobre tener el automóvil en lugar de una bicicleta si teníamos ya la bicicleta. Y no hay nada carente de sentido en realizar comparaciones entre sentimientos imaginarios de este tipo. La única observación es que una pintura mental de lo que debiéramos sentir en una situación hipotética no es la misma cosa que el sentimiento verdadero cuando la situación hipotética se transforma en real. La observación es que no solamente esta situación puede no ser exacta, sino que es también una cosa di-

ferente. Si decimos que clasificamos nuestra preferencia del Rembrandt sobre el Holbein en una categoría más baja que la del Holbein sobre el Munnings, no clasificamos en realidad nuestras preferencias reales sino solamente los esquemas mentales que formulamos sobre ellas (5).

La operación de von Neumann y Morgenstern

Supongamos como en la primera sección de este artículo que un individuo tiene que elegir entre una bicicleta y un billete de lotería, con la probabilidad 50 : 50 de obtener un automóvil o nada. Si él prefiere el billete de lotería y su escala de utilidad se ajusta de tal manera que cero corresponde a no obtener nada y la unidad al automóvil, concluimos que la utilidad de la bicicleta es para él menor de 0,5. Su elección entre la bicicleta y el billete de lotería depende del grado de probabilidad de obtener el automóvil. Si cambiando las reglas de la lotería reducimos la oportunidad de obtenerlo, hacemos el billete de lotería menos atractivo. Podemos ajustar las posibilidades de tal manera que hagamos al individuo indiferente entre el billete de lotería y la bicicleta. Supongamos que esto ocurre cuando la posibilidad de obtener el automóvil es 0,3. De acuerdo con la hipótesis de la expectativa moral, la utilidad del billete de lotería es entonces $1 \times 0,3 + 0 \times 0,7 = 0,3$, y como el individuo se siente indiferente entre el billete de lotería y la bicicleta, la utilidad de la última es también 0,3.

Esto es lo que entendemos por la operación de la medición de utilidad de von Neumann y Morgenstern (6). Esta no efectúa más requerimientos sobre nuestra intuición que la habilidad para clasificar las alternativas entre las que debemos elegir. A diferencia del método de Jevons puede probarse, al menos en principio, por observación o experimentación: podemos pedir a las gentes que elijan entre las alternativas que envuelvan riesgo.

(5) En relación con el tipo de utilidad que nosotros medimos y la operación mediante la cual la medimos, ver también el artículo del Ellsberg, *ob. cit.*

(6) Sin embargo, debe concederse la prioridad a F. P. Ramsey, quien ya había pensado esto en 1926 (ver sus "Foundations of Statistics", 1931).

Existe, sin embargo, un punto que requiere una ulterior consideración. Para poder medir la utilidad debemos primero medir la probabilidad. Es necesario conceder algún significado al número 0,5 ó 0,3 como una medida de probabilidad y determinarlo. En la mayoría de los escritos sobre la conducta en condiciones de riesgo la cuestión de si estamos capacitados para hacer esto no se contesta enteramente o, si se hace, es de un modo arbitrario (7). La mayor parte de la teoría se desarrolla sin ocuparse demasiado de cómo medir la probabilidad. Simplemente se considera que su medición es posible y que tiene significado una afirmación tal como que la probabilidad del petróleo descubierto en un determinado terreno sea de 5 a 10, esto es, 0,5. Las secciones siguientes se ocupan de ciertas dificultades que esta actitud entraña y explican un intento de obviarlas.

Probabilidad personal.

El argumento de von Neumann y Morgenstern se basaba en la medida de probabilidad como frecuencia a largo plazo. Esto significa que si la lotería es, por ejemplo, como una moneda cuya cara es el automóvil y la cruz nada, la probabilidad de obtener el automóvil es para nuestro individuo 0,5. Si la lotería se basa en sacar un número de 10 siendo los números 1 al 3 una ganancia y los números 4 al 10 una pérdida, la probabilidad de ganar es 0,3.

Debe considerarse, sin embargo, que la distribución de frecuencia a largo plazo es la proporción del número de ganadores o perdedores al número de pruebas, *aproximándose el número de pruebas al infinito*. Si hay solamente una prueba, es decir, si hay

(7) Samuelson, en el artículo mencionado anteriormente (ob. cit. pág. 671), dice que para simplificar la explicación, supone sin discusión previa que la noción primitiva de probabilidad numérica aparece "bien definida y aplicable a nuestro consumidor". El argumento de von Neumann y Morgenstern se basaba en la interpretación de la probabilidad como frecuencia a largo plazo (Theory of Games, 2.ª ed. p. 19). En el artículo de Marschak, la cuestión de si la probabilidad es medible o no, no ha sido tratada del todo. Lo mismo puede decirse respecto de Alchian y Strotz (ob. cit.).

sólo un billete de lotería o una decisión, solamente la distribución de frecuencia no tiene del todo significado. Considerarlo como una medida de probabilidad "con la cual uno espera constituirse en ganador en este caso particular", es un procedimiento muy arbitrario. Podemos tener la corazonada de que esta vez saldrá cara, y es posible sentirlo con tal intensidad que consideremos la oportunidad de ganar el automóvil como algo cierto, a despecho de que las posibilidades de obtenerle sean solamente 50 : 50. Y este sentimiento de certidumbre, la probabilidad personal subjetiva, es el que gobierna nuestra conducta.

Esto influye sobre la determinación de los valores numéricos de utilidad. Supongamos que en el ejemplo anteriormente mencionado deseamos determinar el valor numérico de la utilidad de la bicicleta mediante la operación de von Neumann y Morgenstern. Esto quiere decir que el valor numérico de la probabilidad de obtener el automóvil, debemos hacerlo tan grande como para dejar al individuo indiferente, tanto si tiene la bicicleta como el billete de lotería. Pero si la probabilidad es subjetiva, parece que no hay otro camino para determinarlo que preguntarle a él mismo lo que opina. En otras palabras, debemos preguntarle a él para determinar un número respecto a su sentimiento de incertidumbre que le haría mostrarse indiferente entre la bicicleta, y una oportunidad de obtener el coche. Y es éste en principio, el mismo problema que conceder un valor numérico a las utilidades. Es imposible otorgar a cualquiera de ellas una medida numérica por intuición.

Para medir utilidades mediante la operación de von Neumann y Morgenstern, es necesario idear una operación que nos permita medir la probabilidad subjetiva. La primera solución a este problema fué suministrada por Ramsey en 1926. El desarrollo de Savage y de algunas de las ideas de Finetti, ha sido el intento más reciente para formular una teoría de la probabilidad como parte integral de la teoría de la conducta humana en condiciones de riesgo (8).

(8) L. S. Savage, "The Foundations of Statistics", 1954; B. de Finetti, "La prévision, ses lois logiques et ses sources objectives", *Annales de l'Institut Henry Poincaré*, 1937.

Medición de la probabilidad.

La sección presente se basa en el análisis de Savage de la probabilidad personal cuantitativa, pero no es un resumen de la misma. Participa más bien de la naturaleza de una paráfrasis, siendo su propósito explicar un "modus operandi" para eludir las dificultades mencionadas al fin de la sección anterior.

Los primeros pasos son muy similares a los del método de Jevons de la medición de utilidad. En principio tenemos que fijar la escala. Si estamos absolutamente ciertos de que no ocurrirá un acontecimiento (por ejemplo, que no obtendremos petróleo en un terreno determinado), decimos que su probabilidad es cero. Si nos sentimos absolutamente seguros de que ocurrirá, decimos que su probabilidad es la unidad. Si no estamos seguros de si ello ocurrirá o no, su probabilidad para nosotros será algo entre cero y la unidad.

Ahora bien, es posible dividir la distancia entre cero y la unidad mediante la operación siguiente, en dos partes y encontrar un acontecimiento cuya probabilidad (subjetiva) sea 0,5. Supongamos que arrojamus una moneda al aire y ofrecemos un premio por adivinar el resultado. Si el individuo en cuyas medidas subjetivas de probabilidad estamos interesados, dice que espera cara, esto quiere decir que para él es más probable la cara que la cruz. Si dice cruz, la cruz es más probable. Pero si no insiste ni sobre cara ni sobre cruz, y no le importa si la predicción se hace en su nombre por cualquiera, cara y cruz son, en su opinión, igualmente probables, y la probabilidad de cualquiera de ellas es entonces 0,5.

Como no estamos hablando de distribuciones de frecuencias, sino de probabilidades subjetivas, no debemos excluir las dos primeras posibilidades; nuestro individuo puede sentirse inclinado a cualquiera de los dos resultados. En este caso debemos modificar las reglas del juego de la manera siguiente: Permítasenos arrojar la moneda no una vez, sino por ejemplo tres veces. Esto significa que tenemos $2^3 = 8$ resultados diferentes de cara y cruz. Cuatro de ellos comienzan con cara y cuatro con cruz. La probabilidad de que uno (cualquiera) de los primeros cuatro salga, es

la misma que la probabilidad de caras en la primera tirada y la probabilidad de que uno (cualquiera) de los otros cuatro salga, es la misma que la probabilidad de cruces en la primera tirada. Si ahora nuestro individuo se siente inclinado en favor de las caras, la primera probabilidad es mayor para él que la segunda.

En este caso, sin embargo, debemos agrupar los ocho resultados de una manera diferente. Solamente tres de aquéllos que comienzan con cara podrían formar el primer grupo, y los restantes cinco (aquéllos que comienzan con cruz y el que quede que comience con cara) el segundo grupo. La probabilidad de que uno de los resultados del primer grupo salga, es entonces menor que la probabilidad de que salga cara en la primera tirada. Si nuestro individuo se siente inclinado en favor de la cara de la primera tirada puede sentirse indiferente entre las alternativas del primero y segundo grupo. Si no se siente indiferente, debemos aumentar el número de tiradas. Como podemos aumentar este número tanto como deseemos, es posible lograr un gran número de resultados, de tal modo que obtengamos un balance calibrado de las probabilidades de los dos grupos formados por ellos. Entonces decimos que la probabilidad de que salga uno de los resultados (sucesos) perteneciente a cualquiera de los dos grupos es para nuestro individuo 0,5. Como las probabilidades son subjetivas, el número de resultados (sucesos) puede no ser el mismo en ambos grupos.

A pesar de cierta similitud entre las primeras actuaciones de esta operación y el método de Jevons, que divide las diferencias en utilidades, hay una importante diferencia de principio entre ambas. En el primero se requiere al individuo para ordenar las alternativas de que disponga; puede elegir un grupo de resultados como más probable que otro y puede arriesgarse por el grupo que desea. En el método de Jevons se requiere al individuo para ordenar alternativas, de las que una no dispone a menos que haya sido elegida la otra. Aun cuando se decida rechazar el método de Jevons, de ordenar diferencias en utilidades porque no tenga sentido operacional, la ordenación de las probabilidades subjetivas es aceptable.

El próximo paso para medir probabilidades subjetivas es comparar la probabilidad de uno de los resultados de cara y cruz, que

pertenecen a uno de los dos grupos, ambos igualmente probables, con la probabilidad de un acontecimiento tal, como el descubrimiento de petróleo en un determinado terreno. Si nuestro individuo piensa que el último suceso es el más probable, decimos que su probabilidad para él es mayor que 0,5; si es menos probable, su probabilidad es menor de 0,5.

Para lograr una medida exacta de la probabilidad de este acontecimiento concreto, podemos dividir la distancia entre cero y la unidad, no en dos, sino en un número de alternativas mayor, todas igualmente probables para el individuo en cuestión. El procedimiento puede ser el mismo que en el caso primero. Es posible considerar un cierto número de tiradas de forma que conduzcan a un determinado número de resultados de cara y cruz y combinar entonces los resultados en grupos de tal forma que dichos grupos sean igualmente probables para nuestro individuo. Como nos estamos refiriendo a probabilidades subjetivas, los grupos no necesitan contener el mismo número de resultados; y como no hay límites para el número de posibles experimentos, podemos tener tantos grupos como deseemos. Las medidas de probabilidad que se dan a cada uno de ellos, son entonces la fracción correspondiente de la unidad. Estas medidas numéricas de probabilidades subjetivas son susceptibles de las mismas operaciones matemáticas como distribuciones de frecuencias. Si tenemos, por ejemplo, cien grupos, y la medida de la probabilidad de cada uno de ellos es 0,01, la medida de la probabilidad de que salga uno de los resultados (suceso) perteneciente a treinta grupos será 0,3. La distancia entre cero y la unidad se divide en cien partes equivalentes, de la misma forma que un metro se divide en cien centímetros o una yarda en 36 pulgadas.

El procedimiento sirve también el mismo propósito. Medimos la probabilidad de un determinado acontecimiento refiriéndolo a la probabilidad de que salga uno (cualquiera) de los resultados que pertenecen a un cierto número de grupos, exactamente de la misma forma que medimos la longitud de un objeto, refiriéndolo a un cierto número de centímetros o pulgadas. Si nuestro individuo piensa, por ejemplo, que la probabilidad de que se descubra petróleo en un determinado terreno es la misma que la probabilidad de que uno de los resultados que pertenecen a treinta gru-

pos (de cien) salga, su medida numérica es 0,3. Puede obtenerse una mayor precisión dividiendo la distancia entre 0 y la unidad, no en 100, sino en 1.000 grupos, como dividimos un metro en 1.000 milímetros. Como el número de tiradas y de posibles resultados de cara y cruz es ilimitado, el número de grupos equivalente puede hacerse tan grande como queramos, y "en principio" podemos lograr cualquier grado de precisión.

La consistencia lógica de la teoría.

El resultado de la discusión anterior es que mediante la operación descrita en dicha sección, podemos conceder valores numéricos a las probabilidades subjetivas y mediante la operación de von Neumann y Morgenstern podemos determinar valores numéricos para las utilidades. Ambas operaciones se refieren a hechos que pueden observarse y probarse y nos proporcionan todos los datos que necesitamos para calcular las expectativas matemáticas de utilidad de los distintos actos que envuelvan riesgo. Un ejemplo de tales actos puede ser comprar un billete de lotería con la oportunidad de obtener un automóvil o invertir dinero en un terreno ante la expectativa de descubrir allí petróleo. La hipótesis de que en condiciones de riesgo, un individuo se conduce como si estuviera maximizando expectativas matemáticas de utilidad (expectativa moral), nos proporciona una teoría de su conducta que es operativamente significativa; se refiere a hechos observables y puede probarse por experimentación. La cuestión que queda por aclarar es solamente si esto es también consistente desde un punto de vista lógico.

¿En qué sentido podría ser inconsistente? Supongamos que como al principio del cálculo de la expectativa matemática de utilidad queremos conceder valores numéricos a las utilidades de cuatro alternativas: 1) la de un automóvil (en adición a lo que el individuo en cuestión ha obtenido en la posición inicial); 2) la de una bicicleta (en adición a lo que ha obtenido en la posición inicial); 3) la de una motocicleta (en adición a lo que ha obtenido en la posición inicial), y 4) lo que él ha obtenido en la posición inicial sin adiciones de ninguna clase. De acuerdo con el procedi-

miento expuesto anteriormente, fijamos el origen de la escala en la última alternativa, la unidad en la primera, y determinamos la utilidad de la motocicleta requiriendo a nuestro individuo para que elija entre la motocicleta y el billete de lotería con una oportunidad ("chance") de obtener el automóvil. Si las reglas de lotería aparecen establecidas de tal forma que con la probabilidad subjetiva que resulte de obtener el automóvil nuestro individuo se siente indiferente entre estas dos alternativas, la expectativa matemática de utilidad del billete de lotería es la medida numérica de la utilidad de la motocicleta.

Hasta aquí el procedimiento no tiene nada de ambiguo y no hay lugar para que aparezca cualquier inconsistencia lógica. Supongamos, sin embargo, que avanzando un paso más queremos conceder un valor numérico para la utilidad de la alternativa bicicleta. Una forma de hacer esto es requerir al individuo para que elija entre la bicicleta y el billete de lotería con la oportunidad de obtener un automóvil. Pero como nosotros conocemos ya el valor numérico de la utilidad de la motocicleta, podemos pedirle que elija entre la bicicleta y el billete de lotería con la posibilidad de obtener una motocicleta. La cuestión ahora es si estos dos caminos conducen al mismo resultado. Si no es así, las expectativas matemáticas de la utilidad derivada de ellos pueden también ser diferentes, y nuestra teoría es inconsistente, de acuerdo con el camino que elijamos, llegaremos, bajo las mismas condiciones, a diferentes predicciones de conducta.

Gran parte de la literatura técnica sobre la expectativa moral se ocupa de esta cuestión de la consistencia. Su resultado es que si aceptamos determinadas restricciones axiomáticas sobre nuestras preferencias, tales como, por ejemplo, que el individuo no elige el billete de lotería por el motivo del placer que supone tomar parte en el juego, la teoría debe ser consistente lógicamente; cualquier camino que elijamos para la determinación de los valores numéricos de las utilidades, debe conducir a los mismos resultados. Esto es lo que se entiende por medidas de utilidad determinadas únicamente por la transformación lineal, esto es, determinadas por unidades arbitrarias y el origen de la escala. Si en lugar de elegir como cero y unidad las utilidades del conjunto inicial de bienes y del conjunto inicial de bienes más el auto-

móvil, hubiésemos elegido las utilidades de otros conjuntos de bienes, la escala numérica de utilidades sería diferente. En la medida en que nos aferremos a un determinado origen y unidades arbitrarias, no importa la combinación de premios que elijamos para el billete de lotería; todos ellos deberán conducir a la misma medida de la utilidad.

En este artículo no especializado, no se lleva a cabo ningún intento para reproducir cualquiera de los axiomas establecidos por los distintos escritores o la lógica de las deducciones que de ellos se derivan. Baste con subrayar el sentido de estas deducciones: Si un sistema de preferencias de un individuo satisface las condiciones que los axiomas implican y que son fácilmente aceptables para la mayoría de nosotros por intuición, su medida numérica de las utilidades viene determinada por las unidades arbitrarias y el origen de la escala, y la teoría de la expectativa moral es consistente lógicamente.

Comprobación empírica y racionalidad.

La teoría de la expectativa moral satisface todas las condiciones de una teoría científica en el moderno sentido de esta palabra; implica operaciones cuyos resultados pueden determinarse por experimentación u observación (8), y es consistente lógicamente. Queda solamente someterla a la prueba de un estudio empírico.

Un intento semejante fué realizado por Mosteller y Nogee (9), que llevaron a cabo una experiencia sobre una serie de personas elegidas entre estudiantes del "Harvard College" y de un regimiento del "Massachusetts National Guard". Los participantes fueron requeridos para seguir un juego ideado especialmente para este propósito. Basándose en los resultados, los autores llegaron a la conclusión de que "la noción de que la gente se conduce de tal manera que maximiza su utilidad esperada, no es una afirmación

(9) Me ha subrayado el profesor R. G. D. Allen que un individuo puede conducirse de una manera diferente si se le observa, porque si se da cuenta de que es observado, puede tener en cuenta la utilidad que para él se deriva del efecto de su conducta sobre la gente que está observándole.

carente de razón" (10). Las predicciones de conducta basadas sobre los datos establecidos en el experimento fueron "no tan buenos como podría esperarse" (11), pero su dirección general era correcta.

La experiencia no se basaba en la probabilidad personal, sino en la distribución de frecuencias. Sin embargo, como cada persona tomaba parte en un juego consistente en un gran número de "jugadas", es improbable que ello influyese demasiado sobre los resultados. No hay duda que, para algunos, dichos resultados fueron negativos. La cuestión, por consiguiente, consiste en cómo debemos interpretar estos casos negativos.

Se sugieren dos contestaciones a esta pregunta. Una es que el sistema particular de preferencia del individuo no satisface las condiciones implicadas en los axiomas; la otra es que este individuo particular no se conduce de acuerdo con la hipótesis de la expectativa moral. En cualquier caso la teoría aparece equivocada en el sentido de que no es aplicable al individuo en cuestión.

Hay, sin embargo, una tercera contestación, formulada por el profesor Marschak (12). La teoría de la expectativa moral puede también interpretarse como de carácter normativo: una persona no se conduce exactamente como debiera conducirse de acuerdo con ella. En otras palabras no se conduce racionalmente.

La cuestión puede explicarse mediante la analogía siguiente. Si un individuo ha de recorrer un camino para ir a trabajar cada mañana, es una hipótesis razonable la de que él toma el camino más corto. Sin embargo, dicho individuo puede cometer un error; puede pensar, influido por una impresión intuitiva, que un camino concreto es más corto, aunque en realidad sea todo lo contrario. Si alguien le demuestra que su impresión es equivocada, él admitiría el error y tomaría el otro camino, el más corto realmente.

Lo mismo puede decirse respecto del comportamiento en condiciones de riesgo. Un individuo puede elegir una alternativa con una expectativa moral más baja simplemente porque él actúa so-

(10) "An Experimental Measurement of Utility", *The Journal of Political Economy*, 1951.

(11) Ob. cit. pág. 403.

(12) Ob. cit. pág. 399.

bre la base de un juicio intuitivo; se conduciría de una forma diferente si se le explicara el cálculo de la expectativa moral. Si no lo hiciera, es decir, si persistiese en elegir la alternativa con una expectativa moral más baja, esto querría decir que él se conduce irracionalmente.

Si aceptamos el ejemplo de Marschak, no existe cuestión alguna sobre la comprobación empírica de la teoría. En realidad cesa de ser una teoría de la conducta humana. El cálculo de la expectativa moral se transforma más bien en un principio de conducta racional, igual que el cálculo exacto en las empresas; y un estudio empírico del tipo descrito anteriormente no es entonces una prueba de la validez de la teoría, sino de la racionalidad de la conducta de los individuos participantes.

¿Es medible la utilidad?

La posibilidad de la conducta irracional hace surgir algunas dudas sobre el valor de la operación de von Neumann y Morgenstern como método para medir la utilidad. Si ocurre que la conducta del individuo sometido a investigación es irracional, las medidas de la utilidad logradas en diferentes pruebas no son las mismas y es imposible decir cuáles de ellas han de considerarse como ciertas.

Supongamos, sin embargo, que la irracionalidad de la conducta del individuo se le explica a él y que él mismo está preparado para modificarla de tal forma que las medidas de la utilidad resulten absolutamente consistentes. ¿Podemos entonces decir que hemos solucionado el problema de la medición de la utilidad y que la misma se ha transformado de nuevo en cardinal?

La contestación depende de lo que entendamos por utilidad y la analogía con la temperatura puede ser de nuevo útil para aclarar la cuestión. Sabemos que no podemos medir la temperatura con la mano porque no podemos medir la intensidad de los sentimientos que experimentamos cuando tocamos objetos calientes o fríos. Podemos medirla si utilizamos un termómetro; sin embargo, lo que medimos entonces no es nuestra experiencia del frío o calor, sino un cambio en el volumen del mercurio (o de cualquier otra materia) contenido en el termómetro. Es cierto que tanto el cam-

bio en el volumen del mercurio como la experiencia del calor o frío se deben a la misma causa: A un movimiento de moléculas en el contenido cuya temperatura tratamos de medir. Pero no son la misma cosa y la temperatura tomada con un termómetro no es la medida de la intensidad de nuestros sentimientos. En efecto, si pudiésemos medir la intensidad de nuestras sensaciones de frío o calor, no cabe duda que la relación entre ellas y la temperatura del objeto que tocamos sería un tema interesante para un estudio de psicología.

La utilidad que nosotros medimos mediante la operación de von Neumann y Morgenstern es igual que la temperatura. No puede definirse (y éste es sin duda el sentido original de la palabra) como satisfacción, bienestar o felicidad, sino como una determinada propiedad de los bienes que los hace deseables para nosotros. No existe una sola causa de la utilidad, tal como el movimiento de las moléculas se supone que es la causa de temperaturas elevadas, y las mismas características físicas de los bienes pueden hacerlos más deseables para algunas personas y menos para otras. No obstante, si interpretamos la utilidad como una especie de formulación general de estas características desde el punto de vista de la capacidad de hacer más o menos deseables los bienes para una persona concreta, podemos hablar de utilidad medible en el sentido de von Neumann y Morgenstern.

La utilidad como bienestar, felicidad o satisfacción corresponde a nuestras sensaciones de calor o frío, cuando tocamos objetos calientes o fríos. No hay en los axiomas de la teoría de la expectativa moral nada que sugiera una identidad o relación lineal entre las medidas de utilidad que ellos implican y las sensaciones de bienestar, felicidad o satisfacción que para nosotros se derivan del consumo o posesión de los bienes. Todo lo que nosotros necesitamos para que los axiomas sean aceptables intuitivamente es que sus medidas de la utilidad sean consistentes con nuestra ordenación de las diversas combinaciones de bienes de más o menos deseables para nosotros. Pero el placer, bienestar o satisfacción que obtenemos de ellos no es medible; la utilidad, en este sentido, debe permanecer ordinal.

S. A. OZGA