

LIMITACIONES A LA LEY DE LAS PRODUCTIVIDADES MARGINALES PONDERADAS

La Teoría Económica dispone, para resolver algunos de sus problemas de decisión, de una ley, *la ley de la igualdad de las productividades o utilidades marginales ponderadas*, cuya validez y generalidad ha sido aceptada sin restricción alguna.

Esta ley aparece en la Teoría Económica cuando un consumidor con renta de consumo fija trata de elegir aquella combinación de bienes que, siendo compatible con esa renta, le reporta una mayor satisfacción; o cuando el empresario busca la combinación de factores de la producción que con un coste fijo proporciona la mayor cantidad de producto. Se trata de una decisión basada en un máximo condicionado, y la solución óptima se identifica como situación de equilibrio. En tales situaciones se ha razonado la vigencia, incluso con carácter necesario, de la ley de la igualdad de las productividades marginales ponderadas.

La aceptación general de esta ley constituye la base de toda una teoría del valor. Sin pretender, naturalmente, pasar revista a todos los autores que la aceptan sin limitaciones, lo cual, por otra parte, sería demasiado engorroso ya que en la medida que conocemos la literatura económica esta aceptación constituye un fenómeno general, ofrecemos los siguientes ejemplos:

H. F. von Stackelberg (1) nos dice: "La combinación productiva más barata, es decir, la situación más barata dentro de un cierto nivel de aprovisionamiento, se determina, de una manera general, por la ley de la nivelación de las productividades marginales del dinero."

(1) HEINRICH F. VON STACKELBERG: *Principios de Teoría Económica*, Instituto de Estudios Políticos, Madrid, 1946; pág. 121.

J. R. Hicks (2) razona la veracidad de la ley en los siguientes términos: "Por cada punto de la línea de precios LM pasará una curva de indiferencia; pero por lo general la línea LM cortará a esa última. Si es esto lo que sucede, el punto de que se trate no puede ser de equilibrio, pues el consumidor podrá siempre llegar a una curva de indiferencia superior que le proporcione una utilidad mayor moviéndose sobre la línea LM en un sentido o en otro. Por lo tanto, en ese punto no estará obteniendo el máximo de utilidad. Esta sólo alcanzará el máximo cuando la línea LM toque (sea tangente) una curva de indiferencia. La tangencia de la línea de precios de una línea de indiferencia expresa, en términos de curvas de indiferencia, la proporción que existe entre utilidades marginales y precios."

La falta de generalidad de tan fundamental ley queda de manifiesto con el siguiente ejemplo: Supongamos que entre los factores de la producción $X = \text{Tierra}$, $Y = \text{Abono}$ tenemos la familia de isoquantas

$$(x - 1)(y + 4) = K; \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

Si los precios de estos factores son $p_x = 2$, $p_y = 5$, la recta isocoste correspondiente al coste constante $C = 10$, será:

$$2x + 3y = 10.$$

La figura adjunta representa las curvas de esta familia de isoquantas y la recta isocoste LM.

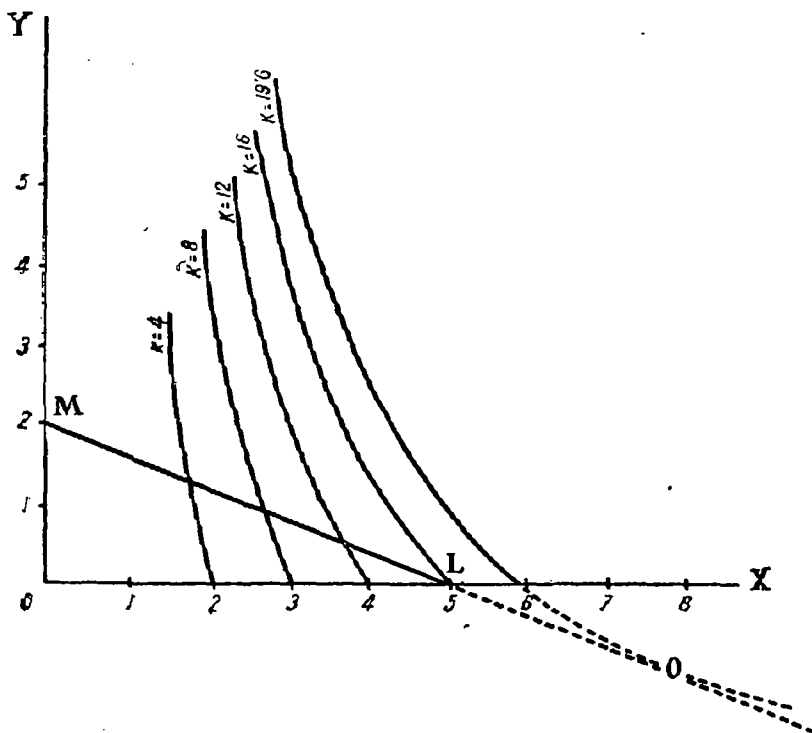
Si en la combinación del máximo producto con coste 10 ha de cumplirse la igualdad de productividades marginales ponderadas

$$\frac{y + 4}{2} = \frac{x - 1}{5}$$

esta ecuación y la de la recta isocoste nos debería determinar las cantidades (x, y) de tal combinación. Resuelto el sistema encon-

(2) J. R. Hicks: *Valor y Capital*, Fondo de Cultura Económica, México, 1945; pág. 10.

tramos la solución inadmisibles $x = 8$, $y = -1,2$, único punto donde la recta isocoste es tangente a una isoquanta de la familia (a la de nivel de producto $K = 19,6$).



Lo que ocurre es que la tangencia entre isoquanta e isocoste (que en definitiva es donde se apoya la igualdad de productividades marginales ponderadas), no es condición necesaria para la situación de máximo. Esta situación de máximo es alcanzada precisamente con la isoquanta $K = 16$ en $x = 5$, $y = 0$, donde

$$\text{Pendiente isoquanta} = \frac{0 + 4}{5 - 1} > \frac{2}{5} = \text{Pendiente isocoste}$$

Con carácter general, la falta de vigencia de la igualdad de

productividades marginales ponderadas, como ley necesaria en las situaciones óptimas, es consecuencia de un planteamiento incompleto del problema. En términos matemáticos, podemos decir que el problema se planteaba (3) así:

$$\max \Pi (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

con la condición

$$C - \sum_1^n p_i x_i = 0,$$

añadiendo implícitamente que la solución ha de ser en valores no negativos.

Si esta última restricción de solución no negativa la añadimos explícitamente a la ecuación de condición, tenemos la forma correcta de planteamiento del problema, que será:

$$\max \Pi (x_1, x_2, x_n)$$

con las condiciones

$$\left\{ \begin{array}{l} C - \sum_1^n p_i x_i = 0 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n. \end{array} \right.$$

Para resolver este problema ya no podemos aplicar el método simple de los multiplicadores de Lagrange, debido a que no todas las condiciones de ligadura son ecuaciones, tenemos desigualdades. Una técnica matemática expresamente desarrollada para este tipo de problemas, dentro de la llamada programación no-lineal, nos

(3) Influenciado por el ambiente general, yo mismo incurri en el defecto de este planteamiento incompleto en mi obra *Análisis Matemático con Aplicaciones a la Economía*. Madrid, 1950; pág. 107.

da las condiciones necesarias y suficientes de la solución, que resultan ser:

$$\begin{array}{l}
 1) \quad \sum_1^n p_i x_i = C \\
 2) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{\pi'_{x_j}}{P_j} \cong \frac{\sum_1^n x_i \pi'_{x_i}}{C} \\ 3) \quad x_j \cong 0 \end{array} \right\} j = 1, 2, \dots, n \\
 4) \quad \sum_1^n x_i \pi'_{x_i} \cong 0
 \end{array}$$

Las condiciones 2 y 3 han de interpretarse en el sentido de que si en la 3 hay signo $>$, en la 2 debe haber \cong ; y si en la 2 hay signo $<$, en la 3 debe haber \cong . Por tanto, si una solución

$$(x^0_1, x^0_2, \dots, x^0_r, x^0_{r+1}, \dots, x^0_n)$$

es tal que:

$$x^0_1 > 0, x^0_2 > 0, \dots, x^0_r > 0, x^0_{r+1} = x^0_{r+2} = \dots = x^0_n = 0$$

de las condiciones 2 y 3, se desprende que

$$\frac{\pi'_{x_1}}{P_1} = \frac{\pi'_{x_2}}{P_2} = \dots = \frac{\pi'_{x_r}}{P_r} = u; \quad \frac{\pi'_{x_{r+1}}}{P_{r+1}} < u, \dots, \frac{\pi'_{x_n}}{P_n} < u$$

relaciones que nos dicen que en el punto de equilibrio la igualdad de productividades marginales ponderadas se satisface plenamente para aquellos factores correspondientes a los valores positivos; mientras que para los otros factores que en la solución entran en cantidades nulas, las correspondientes productividades marginales ponderadas son \leq que el valor común.

Las condiciones 2 y 3 son las que sustituyen a la ley de la igualdad de las productividades marginales ponderadas que pueden

también expresarse en función de las relaciones marginales de sustitución para dar contenido realista a su aplicación en la teoría del consumo. Haciendo esto último, las condiciones 2 y 3 adoptan la forma:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{R^1_j}{P_j} \leq \frac{\sum x_i R^1_i}{C} \\ x_j \geq 0 \end{array} \right\} j = 1, 2, \dots, n.$$

La ley de la igualdad de las productividades marginales ponderadas y su análoga para las utilidades marginales, ha de ceder su puesto a estas nuevas condiciones 2 y 3 que comprenden, como caso particular, a la aludida ley.

JOSÉ GIL PELAEZ

ESTUDIOS Y DOCUMENTOS DE ECONOMIA ESPAÑOLA

Yo no sé si dirá mucho a los economistas jóvenes españoles el nombre de Emilio H. del Villar. En una de sus obras de lectura más recomendable, la titulada "El suelo" (1), ostenta los siguientes títulos: Geobotanista, edafólogo del Instituto Forestal de Investigaciones, miembro de la Subcomisión del Mapa Edafológico de Europa y presidente de la Subcomisión (en organización) de suelos de la región Mediterránea de la Sociedad Internacional de la Ciencia del Suelo. ¿Por qué un edafólogo (2) puede interesarnos a los economistas españoles? Pues nada menos que por haber sido el adelantado que señaló la importancia primordial que el factor natural tiene para la estructura económica española.

Hoy se ha avanzado algo —no todo lo preciso— por este camino, y locas quimeras comienzan a abandonarse. Que España es un país que poco tiene que agradecer a la Naturaleza, es creído cada vez más por los círculos cultos de la Patria. Ello no constituye ningún desdoro para nuestros connacionales, sino todo lo contrario. Desearíamos ver a los activos alemanes, a los eficientes holandeses, o a los ágiles obreros de Nueva Inglaterra, laborando en nuestros campos, ora tórridos, ora helados, o en nuestros talleres pobremente instalados —consecuencia de la pobreza del país—, o viviendo en nuestros míseros pueblos. Seguramente muchas altas productividades caerían por el suelo.

Y es que no es nuestro factor humano más perezoso, soñador o inhábil que el extranjero. Sencillamente vivimos en un país que tuvo un hada madrina de poco poder.

Como ha dicho Perpiñá, fué Huguet del Villar quien primero señaló este factor limitativo de la vida material de España (3), y precisamente en los artículos publicados en la revista "Estudio", cuya selección —eliminando las referencias a economías extranjeras— presentamos a nuestros lectores. Además, este trabajo cons-

(1) Publicada en la Biblioteca Agrícola Salvat, de Salvat Editores, Barcelona, 1931.

(2) A él se debe precisamente la introducción en el idioma castellano de esta palabra; cfr. El suelo, ob. cit., pág. 12.

(3) Romá Perpiñá, De estructura económica y economía hispana, Ediciones Rialp, Madrid, 1952, págs. 90-92.

tituyó la base de la importantísima obra, también de del Villar, "El valor geográfico de España. Ensayo de ecética. Estudio comparativo de las condiciones naturales del país para el desarrollo de la vida humana y la civilización" (4), cuyo estudio recomendamos a todo el que se preocupe por los problemas económicos españoles.

Estas informaciones de Emilio H. del Villar son constantes en casi todas sus obras, y por tanto creemos además de interés contar con ellas para toda investigación que se haga sobre nuestra economía. Por si se facilitase así el trabajo de alguna persona, damos los títulos de los ensayos —aparte de los citados— que de este científico tenemos noticia por ahora:

Repúblicas Hispanoamericanas, Manuales Soler, 1906, 2 tomos. *Geografía General*, Manuales Soler.

América Sajona, Manuales Callach, 1910-1913.

La población de América del siglo XVIII al XX. Estudio, 1914, números 21 y 22.

Un aspect du developpement économique des pays iberosmericaïns: Le facteur géographique, VIIIème Cours International d'Expansion Commerciale, Barcelona, 1915, págs. 705-728.

Las definición y divisiones de la Geografía dentro de su concepto unitario actual, Casa Editorial Estudio, Barcelona, 1915, segunda edición en 1949.

Los glaciares de Gredos, Boletín de la Real Sociedad Española de Historia Natural (en adelante B. R. S. E. H. N.), octubre 1915.

Sobre un nombre vulgar de la "Nardus stricta", B. R. S. E. H. N., noviembre 1915.

Nota sobre la presencia de la "Betula pubescens" en el centro de España, B. R. S. E. H. N., noviembre 1915.

Sobre una nueva "Armeria", B. R. S. E. H. N., octubre 1916.

Archivo geográfico de la Península Ibérica, Madrid, 1916.

Nueva contribución a la glaciología de Gredos: Las Hoyuelas del Hornillo, B. R. S. E. H. N., diciembre 1917.

Bases para la política exterior de España: Africa y el Estrecho, Madrid, 1918.

Introducción a la Fitogeografía sinecológica de la Península Ibérica, ¿1921?

Avance geobotánico sobre la pretendida Estepa Central de España, Ibérica, 1925.

La reacción del suelo y su medida por la concentración de hidrógeno, Boletín de Agricultura Técnica y Económica (en adelante B. A. T. E.), 1925.

(4) Sucesores de Rivadeneyra, Madrid, 1921.

Ensayos sobre la reacción del suelo por el método colorimétrico, B. A. T. E., 1926.

La Edafología y la Geobotánica en la vida internacional y en España, Ibérica, 1926.

La composición mecánica de los suelos, Ibérica, 1927, números 684, 686, 687.

La reacción del suelo en España, B. A. T. E., 1927.

Geobotánica, Colección Labor, 1929 (5).

Sur la méthode et la nomenclature employées dans mon étude géobotanique de l'Espagne, *Proceedings del Congreso Internacional de Botánica de 1926 en Ithaca*, 1929.

Sur l'emploi du mot Steppe et de ses dérivés en pédologie, *Soil Research*, 1929, vol. 8, núm. 3.

Les sols alcalins en Espagne, *Comptes rendus de la Sous Commission pour les sols alcalins*, Budapest, 1929.

Suelos de España, *Revista del Instituto Forestal*, 1930.

Les sols méditerranéens étudiés en Espagne, Madrid, 1930.

Los suelos de la península Luso-Ibérica, London, 1938 (6).

JUAN VELARDE FUERTES

* * *

La REVISTA DE ECONOMÍA POLÍTICA, en su afán por dar a conocer a sus lectores textos del mayor interés que son, sin embargo, de difícil localización por hallarse casi perdidos, trae hoy a sus páginas un sustancioso ensayo de interpretación de la historia económica española, debido al agudo economista que fué Antonio Bermúdez Cañete y que, probablemente, pese a su valor, ha sido olvidado por los estudiosos españoles. Antes de comenzar su desarrollo incluimos lo que, por su importancia para comprender el trabajo, a modo de advertencia, escribió el propio autor con estas palabras:

"A ruegos de algunos amables amigos, me decido a publicar en tirada aparte el resumen de la conferencia pronunciada por mí en las circunstancias y lugar, en el título mencionado. Mas otra consideración de más peso que la invitación de esos amigos me mueve también a ello. Desearía llamar la atención de las personas competentes sobre mi teoría. Al comienzo de mi estudio, cualquier observación de historiadores y economistas, más maduros en edad y conocimientos que yo, me sería de gran utilidad. A su vez esta mi teoría provisional podría ser ampliada y perfeccionada."

(5) En 1928 había publicado una obra de carácter diferente: *El Greco en España*.

(6) Sobre una serie de artículos de del Villar acerca de los suelos de Marruecos, cfs. Amadeo Melión, *Emilio Huguet del Villar*, en *Estudios Geográficos*, noviembre 1951, año XII, núm. 45, págs. 815-818.

nada por nuestros economistas, pocos pero buenos. Nótese que digo economistas, y no filósofos, ni historiadores, ni publicistas.

Ha llegado la hora de que estas cuestiones sean tratadas por personas preparadas que las estudien desde el punto de vista conveniente: el de la economía.

Hay que empezar por adoptar o crear un léxico: "Frühkapitalismus", "Verlagssystem" y otros muchos términos aguardan su introducción en nuestra lengua... y en nuestros cerebros. Sin una debida preparación, hecha sobre literatura y métodos alemanes e ingleses, todo lo que se investigue, escriba y hable por historiadores y políticos resultará inútil. Nuestros políticos no son pésimos verdaderamente más que en el campo de la historia. Hácenla en sus ratos de ocio y como pasatiempo. ¡Así está ella!

Después de pronunciada mi conferencia, y quizá a consecuencia de ella o de nuestras conversaciones particulares, mi admirado amigo y compañero don Pedro Sáinz Rodríguez ha hecho una maravillosa disertación para la apertura del Curso Académico de 1924-1925 en la Universidad Central. A juzgar por los extractos de la prensa —que unánimemente la alaba—, aunque se ocupa el señor Sáinz de estas materias, las estudia tan sólo en cuanto se relacionan con la historia de las ideas sobre la cultura y decadencia española."