

# ALGUNAS NOTAS SOBRE ECONOMIA Y ECONOMETRIA<sup>(1)</sup>

## CAPITULO PRIMERO

### ESENCIA DE LA TEORÍA DEL EQUILIBRIO ECONÓMICO GENERAL EN ESTADO DE CONCURRENCIA PERFECTA Y EN ESTADO DE MONOPOLIO PURO

#### RESUMEN

- § 1. Dos procedimientos fundamentales de aproximación al fenómeno económico.
- § 2. De la concepción de equilibrio.
- § 3. De la teoría del equilibrio económico general.
- § 4. De los gustos y de los obstáculos.

§ 1. Si consideramos el procedimiento de aproximación al fenómeno económico, nos sumergimos siempre en la oposición existente entre dos vías tradicionales bien conocidas:

a) aquella que quisiera interesar a la economía en un conjunto de sucesos y de tendencias que debía dar al hecho humano todas sus dimensiones;

b) la que lo reduce, gracias a los recursos del análisis matemático, a ciertas variables de las cuales se pasa a la determinación de un sistema coherente de relaciones entre estas variables.

---

(1) Este estudio representa las lecciones reunidas, que yo he dado en la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas de la Universidad de Madrid, de acuerdo con su invitación del 8 al 12 de mayo de 1961. Agradezco, expresivamente, al Decano de la Facultad el gran honor que me ha dispensado por esta invitación, y me agrada dar mis expresivas gracias a los distinguidos colegas de la Facultad que han querido asistir a mis lecciones y, en particular, al profesor Alcaide, que ha sido tan amable al hacerse cargo del trabajo de su publicación.

Por la primera vía se llega a la descripción de las variaciones, pero no se resuelve el problema del juego de fuerzas que intervienen; mientras que por la segunda vía se supone propiamente este problema, a fin de alcanzar un conocimiento riguroso de la conducta humana.

El primer punto de vista contempla al fenómeno económico como un proceso de generalización de condiciones propias en una época *determinada*, mientras que el segundo lo enfrenta como un proceso de abstracción de la realidad, con objeto de obtener principios válidos para *todos los tiempos*.

Si la investigación científica quiere ser lo que verdaderamente debe ser, es decir, un esfuerzo para penetrar la esencia de la realidad por encima y por debajo de todas las contingencias particulares (que tienden a obstaculizarla), es claro que el segundo punto de vista debe triunfar sobre el primero. Por tanto, debe desarrollarse la interpretación de la investigación económica como una elección de variables, elección que condiciona ampliamente el procedimiento de las relaciones y la naturaleza del sistema. Las variables típicas por medio de las cuales se describe un sistema económico están representadas por las *cantidades* (vendidas o compradas) de los diferentes bienes o servicios (agregados o extraídos de los *stocks* existentes) y por los *precios*, según los cuales estas ventas o compras se realizan. Las cantidades disponibles de recursos naturales y humanos, el estudio de la técnica, los gustos de los consumidores, determinarán la estructura de las relaciones que, por su lado, determinan los valores que toman las variables dependientes. La teoría económica se desarrolla de esta manera partiendo de las variables que expresan hechos *técnicos* y de las variables que representan valores *subjetivos* (la utilidad), limitándose a tratar únicamente las *relaciones* entre estas variables que corresponden a la conducta racional del hombre. La lógica de la economía es, pues, la lógica de las relaciones en las que obran las variables *endógenas* y las variables *exógenas*. Tales relaciones no manifiestan una concepción de relación intuitiva, pero debe dárseles un significado adecuado que conduzca a una visión de conjunto del sistema, es decir, el modelo económico concebido como expresión de la estructura del sistema mismo, como elaboración del conjunto de variables económicas, a fin de medir su significado operacional en cuanto sistema de relaciones económicas. *El modelo del equilibrio general* pretende así explicar la determinación de las tasas de *producción* y *consumo* de los bienes y servicios de todo individuo y los *precios* en los que la oferta y la demanda se equilibran en el sistema.

§ 2. La concepción de un equilibrio de fuerzas ha venido implícita en nuestros estudios desde la época de los fisiócratas. Su consideración fue siempre acompañada de la noción de estado estacionario. Se pueden encontrar dos puntos comunes en las diferentes concepciones del equilibrio que se han desarrollado hasta la concepción matemática:

a) abstracción de las diferentes causas de variación;

b) consideración de las cantidades económicas que permanecen en estado *estacionario* de manera que puedan estudiarse a partir de ellas las relaciones recíprocas.

Estado estacionario y equilibrio se han presentado así como objetos ligados en la investigación. Se sabe que la primera concepción de equilibrio estacionario, naturalmente muy imperfecta, está representada por *Le Tableau Economique* de Quesnay. Se sabe también que en los clásicos nos encontramos elementos importantes para el análisis estático, ya que estos elementos se presentan bajo un aspecto que nosotros no podemos retener. En efecto, los clásicos consideran el estado estacionario como el resultado de fuerzas que impulsan al cambio, mientras que nosotros preferimos fijar las condiciones a las cuales ligamos el estado de equilibrio; para los clásicos, se trata siempre de una constancia de los factores de producción como resultado de un proceso equilibrador, mientras que para nosotros, se trata de fijar esta constancia como condición de equilibrio. He aquí, por tanto, dos puntos de vista diferentes, de los que el que fijó el equilibrio estacionario como un puro medio de análisis debía mostrar su neta superioridad. En efecto, ello fue este equilibrio que permitió representar la unidad real del proceso económico. Es así como la teoría del equilibrio general ha llegado justamente a ser la expresión, diría yo, del sistema de las grandes categorías lógicas de la economía. Es a Leon Walras y a Vilfredo Pareto a quienes somos deudores, como se sabe bien, de este gran monumento del pensamiento económico. Si es verdad que la teoría del equilibrio general es hija de Leon Walras, no lo es menos que su sistema no habría podido alcanzar su perfección sin la obra de Vilfredo Pareto. Si fijamos nuestra atención muy rápidamente sobre los *Elements d'Economie Politique Pure*, de Leon Walras, y sobre el trabajo fundamental de Pareto, *Cours d'Economie Politique*, pronunciado en la Universidad de Lausana, el *Manuel d'Economie Politique* y la *Economie Mathématique*, quedamos inmediatamente asombrados por la aportación de la obra de Pareto, por su perfeccionamiento y por sus innovaciones respecto a la obra de Walras.

El objeto de este primer capítulo es presentar un esquema de la teo-

ría del equilibrio paretiano a la vista del perfil de su interpretación en el *caso límite* de la dinámica.

Es esta interpretación la que nos interesa en nuestra exposición, porque es solamente por dicha nuestra interpretación por la que podemos abarcar una verdadera *dinámica económica analítica* capaz de ayudarnos a interpretar la realidad.

§ 3. Se sabe que Pareto nos ha presentado una formulación del equilibrio válida para las dos hipótesis extremas, cuales son la de la *concurrència perfecta* y la del *monopolio puro*. Nosotros esbozaremos su sistema pasando sucesivamente del *cambio* a la *producción* y a la *capitalización* (2).

Estas son tres especies de transformaciones. Los bienes, como se sabe, pueden transformarse materialmente gracias a la producción, comprendida en ella la capitalización, y económicamente gracias al cambio. El principio general que rige todas estas transformaciones es siempre el mismo: es decir, el individuo transforma el bien A en el bien B, o viceversa, según que para él la utilidad de B sea superior a la de A, o viceversa.

Esbozaremos, por tanto, antes el problema del *cambio* en condiciones de *concurrència perfecta*. Cada individuo tiene en cada instante del tiempo una cantidad de bienes que representa su disponibilidad para este mismo instante de tiempo.

El problema del cambio es el de la distribución de las disponibilidades de cada individuo entre los diferentes gastos posibles.

El problema va a presentar así el esquema siguiente: Hay *datos*, hay *incógnitas* y hay *relaciones*, que deben ser independientes y no contradictorias, gracias a las cuales puede determinarse una solución.

He aquí, por tanto, los *datos*:

- a) los gastos de los individuos tales que nosotros los vemos reflejados en los grados marginales ponderados de utilidad;
- b) el número de bienes y la cantidad de cada uno a disposición de cada individuo en el instante y en el lugar considerado.

Frente a frente a estos datos hay *incógnitas* a determinar, es decir:

- a) las cantidades de cada bien cambiado por cada individuo;

---

(2) Ver a este propósito nuestros libros: *The Theory of General Static Equilibrium*, editado con un prólogo de G. L. S. Shackle, Oxford, Blackwell, 1957, y *L'Alfabeto dell'economia razionale*, Milano, Giuffrè, 1961.

b) los precios de todos los bienes.

Para resolver el problema así propuesto se debe recurrir a relaciones tales como la siguiente:

a) igualdades de los grados marginales ponderados de utilidad para todos los individuos;

b) igualdades de ingresos y de gastos para cada individuo;

c) igualdades de las cantidades de bienes antes y después del cambio.

Si sustituimos en la primera relación (es decir, en la igualdad de los grados marginales ponderados de utilidad) el *máximo* de ingresos netos en numerario por el bien monopolizado de la parte *monopolista*, pasamos del equilibrio del cambio de concurrencia perfecta al del *monopolio*.

¿Podemos decir que la solución está así determinada? En una primera aproximación podemos responder que sí, en el caso de que el número de las incógnitas sea igual al de las condiciones independientes y no contradictorias.

Hasta aquí no nos hemos enfrentado con el problema de la *producción*. Dos relaciones alcanzan a este respecto nuestra particular atención; la de la *fabricación*

$$q = f(h, k, \dots)$$

en donde  $q$  representa la cantidad producida y  $h, k, \dots$  los servicios de producción y la actividad del *empresario*.

$$D = Mp - S,$$

en donde  $D$  es el ingreso del empresario,  $M$  representa la cantidad producida,  $p$  el precio de venta y  $S$  el coste total.

Estas fórmulas, diría yo, resumen los dos problemas fundamentales de la producción, el del coste mínimo y el de la extensión de la producción. Estos son dos problemas que deben ser resueltos simultáneamente, pero que con el fin de una comprensión más sencilla nosotros consideramos aquí separadamente suponiendo, gracias al recurso de los coeficientes de producción, que el coste mínimo se ha alcanzado ya. Existe entonces necesidad de maximizar la diferencia  $Mp - S$ . Se sabe bien que el máximo de una relación como aquélla se alcanza cuando

$$\frac{dD}{dM} = p - \frac{dS}{dM} = 0.$$

Tenemos aquí en términos económicos la igualdad del coste marginal de producción y del precio de venta y, por tanto, la condición fundamental para la determinación de la oferta del mercado. Intentemos, por tanto, fijar los datos, las incógnitas y las relaciones del problema.

Dichos *datos* son:

- a) las cantidades de los servicios de producción;
- b) los precios de los servicios de producción y los precios de los productos;
- c) los coeficientes <sup>191</sup> de producción, es decir, las cantidades respectivas de los servicios de producción que entran en la producción de una unidad de producto.

Las *incógnitas* están representadas por:

- a) las cantidades empleadas de los servicios de producción;
- b) las cantidades de los productos.

Las *relaciones*, gracias a las cuales puede resolverse el problema, son:

- a) igualdad del coste marginal de producción y del precio de venta para todos los productos;
- b) igualdad de la cantidad de los servicios de producción demandados para la transformación y la cantidad de aquellos que se han transformado efectivamente.

También aquí, si se sustituye en la primera relación, es decir, en la igualdad del coste marginal y del precio de venta, la condición del máximo beneficio neto para el monopolista, se pasa de la hipótesis de la concurrencia perfecta a la del *monopolio*. Se puede fácilmente controlar si el número de las relaciones y el de las incógnitas son iguales.

El problema del equilibrio de la producción, como hemos dicho ya, tiene aún un aspecto que deriva de la ecuación de fabricación que debemos tener en cuenta. Debemos así preocuparnos del *Teorema de las productividades marginales*. Este teorema nos dice:

- a) en estado de concurrencia perfecta, al margen de cada empresa, los servicios de producción que pueden sustituirse uno al otro tienen productividades marginales proporcionales a sus remuneraciones;
- b) en estado de concurrencia perfecta cada servicio de producción tiende a distribuirse entre las diferentes empresas de manera que, al margen de cada una de ellas, la última unidad dé el mismo producto en términos monetarios, es decir de numerario.

Es fácil ver aquí un paralelismo entre el principio de la igualdad de las utilidades marginales ponderadas y el de la igualdad de las producti-

vidades marginales ponderadas. Refiriéndose el primero al dominio del consumo y el segundo al de la producción.

Si al principio de la igualdad de las productividades marginales ponderadas, se añade la condición representada por la ecuación de fabricación

$$q = f(h, k, \dots)$$

se encuentran  $n$  condiciones frente a las  $n$  incógnitas representadas por las cantidades de los servicios de producción empleados y, por tanto, el óptimo de la cantidad de los servicios de producción demandados por cada empresa queda determinado en una primera aproximación. El problema del coste mínimo va a tener de esta forma su solución.

He aquí, pues, el sistema que toma su nombre del principio de la igualdad de las productividades marginales ponderadas, interesarse en el sistema, que a su vez toma su nombre del principio de la igualdad del coste marginal y del precio, con objeto de la determinación del equilibrio de producción.

Hay aquí dos problemas estrictamente interdependientes. Esta interdependencia es evidente, si se piensa que en el primer sistema figuran explícitamente las cantidades empleadas de todos los servicios de producción y en el segundo la cantidad producida.

Los dos problemas constituyen, en realidad, dos aspectos de un mismo problema y, por tanto, las incógnitas deben quedar determinadas simultáneamente.

En este cuadro es necesario subrayar el hecho de que el empresario en estado de concurrencia perfecta *no* tiene ni *beneficios* ni *pérdidas*. Si por azar ocurre una diferencia positiva entre el precio de venta y coste medio unitario de producción, cualquier empresario puede realizar algún beneficio, pero este beneficio no es más que una renta que tiende a desaparecer a causa y por razón de la posibilidad de reproducción indefinida de las condiciones del coste mínimo.

Queda por fijar aún el problema del equilibrio de la *capitalización*, cuyos *datos* son:

- a) la cantidad de ahorro;
- b) el precio del ahorro y el precio del capital.

La *incógnitas* a determinar son:

- a) las cantidades de ahorro transformadas;
- b) las cantidades producidas de capital.

Gracias a las *relaciones* siguientes:

a) igualdad del coste marginal de producción y del precio de venta de los capitales;

b) igualdad de las cantidades de ahorros demandadas para la transformación y de las que realmente se han transformado.

Como hemos hecho antes, si se sustituye en la primera relación, es decir, en la de la igualdad del coste marginal de producción y del precio de venta, aquel *máximo beneficio neto* en numerario para el monopolista se pasa del estado de concurrencia perfecta al de *monopolio*.

Incluso aquí es fácil probar que son iguales el número de las relaciones y el de las incógnitas.

Tenemos en adelante todos los elementos del equilibrio general, es decir, los *datos*:

a) los gustos de todos los individuos, tales que nosotros vemos reflejados en los grados marginales ponderados de utilidad;

b) el número y las cantidades de los servicios de producción que poseen, comprendido el ahorro;

c) el estado de la técnica de producción, comprendidos los grados de reproducción de los capitales.

Las *incógnitas*:

a) la cantidad de todas las mercancías, comprendidos los capitales producidos y cambiados;

b) las cantidades de los servicios de producción, comprendido el ahorro, empleados en la producción;

c) los precios de todas estas mercancías.

Las *relaciones* que determinan estas incógnitas:

a) igualdad para cada individuo de los grados marginales ponderados de utilidad;

b) igualdad de los ingresos y de los gastos para cada individuo, en tanto que sea consumidor y en tanto que sea productor en el mismo instante;

c) igualdad para todas las mercancías de las cantidades existentes antes y después del cambio de las cantidades demandadas para su transformación y de las cantidades efectivamente transformadas en la producción;

d) igualdad del coste marginal de producción y del precio de venta para todas las mercancías producidas, comprendido el capital, es decir, igualdad del alquiler neto pagado por el empleo del ahorro y del alquiler neto por el empleo del capital;

e) máximo de ingreso neto y máximo de beneficio neto en numera-



rio, respectivamente, para el cambio y para la producción comprendida la capitalización para el monopolista.

El equilibrio debe determinarse respetando el principio general de que el número de las *relaciones* independientes y no contradictorias debe ser perfectamente igual al de las *incognitas*. Volveremos a este principio, siendo dado su carácter relativo y no absoluto como se ha creído durante tantos años.

Se alcanza de esta forma un estado de equilibrio cuyos caracteres fundamentales son:

a) la *instantaneidad* de su formación (la que implica la simultaneidad de toda reacción);

b) su formación en un *punto* (mercado) *no localizado*.

El equilibrio que también se determina, representa “un estado que se mantendrá indefinidamente si no hay ningún cambio en las condiciones en las cuales se le observa” (3).

El conjunto de las relaciones a que acabamos de referirnos se presenta como expresión de las acciones y de las reacciones de los *gustos* (necesidades) de los individuos y de los *obstáculos* (gustos de los otros individuos, limitación de la cantidad de los bienes deseados, necesidad de transformación de algunos bienes en bienes deseados cuando se quiere aumentar la cantidad) que se opone a su satisfacción.

De esta manera el equilibrio toma la naturaleza de resultado del contraste entre *gustos* y *obstáculos*. Se tiene, por tanto, el equilibrio cuando las variaciones a las cuales conducirán los *gustos* resultan imposibles a causa de los obstáculos, y viceversa.

§ 4. Hasta aquí nos hemos referido a las nociones de utilidad y de precio. A decir verdad, para determinar la posición de equilibrio se sabe bien que serían suficientes desde el punto de vista matemático el simple conocimiento de ciertos sistemas de *curvas de indiferencias*. Estas curvas nos determinan la relación entre los gustos de cada individuo (ya sea el que cambia o el productor) y todos los obstáculos que encuentra para su satisfacción. El conocimiento de los *gustos* nos hace conocer el camino que en cada instante y en cada circunstancia el individuo estaría dispuesto a recorrer por el trayecto más largo posible a fin de satisfacer sus gustos; el conocimiento de otra parte de los *contrastes* nos permiten de-

---

(3) V. PARETO, *Manuel d'Economie Politique*, París, Giard, 1907, Ch. III, párrafo 22.

terminar el punto hasta el cual él puede llegar. Una posición de tal naturaleza representa una posición de equilibrio que podría ser *estable, inestable, de cambio, de producción, de capitalización, en estado de concurrencia perfecta o en estado de monopolio.*

Esto constituye la vía final de la trayectoria del equilibrio económico en tanto que responde a la mensurabilidad, diría yo, *ex ante* de la utilidad para recoger la mensurabilidad *ex post* gracias al recurso de la teoría de la elección y al principio de las curvas de indiferencia. Si se dispusiera de tiempo se podría incluso esquematizar el equilibrio general en términos de curvas de indiferencia de gustos y de obstáculos (4).

Me he limitado hasta aquí a una especie de fantasía paretiana en donde evidentemente las lagunas son numerosas a causa de su carácter extremo de síntesis. Es preciso ahora que evaluemos el significado y para hacer esto es preciso abordar ante todo sus problemas, diría yo, *abiertos*. Son esencialmente los siguientes:

- a) de la *unicidad* de solución;
- b) de la *estabilidad*.

## CAPITULO II

### PROBLEMAS Y SIGNIFICADO DE LA TEORÍA DEL EQUILIBRIO ECONÓMICO GENERAL

#### RESUMEN

- § 5. Del problema de la unicidad de solución.
- § 6. Del problema de la estabilidad.
- § 7. De la significación de la teoría del equilibrio económico general.
- § 8. Un caso de equilibrio sin pleno empleo derivado de la teoría del equilibrio general.

§ 5. Hemos enunciado dos problemas *abiertos* de la teoría del equilibrio general, es decir, el de la:

- a) unicidad de su solución;
- b) estabilidad.

Estos son problemas de la determinación del equilibrio y de la de-

---

(4) Cfrs. mi ya citada *Theory of general static equilibrium*.

finición de sus propiedades. Yo los he denominado problemas *abiertos* porque están siempre allí dispuestos a la espera de una solución eficaz, aunque las soluciones penetrantes hayan sido avanzadas en estos últimos veinticinco años (5).

Hemos repetido varias veces en nuestra exposición que la teoría del equilibrio económico general ha fijado en su principio fundamental la igualdad del número de las relaciones independientes y no contradictorias al de las incógnitas, a fin de asegurar la determinación del sistema.

A decir verdad, esta igualdad no prueba de ninguna manera, en absoluto, que una solución exista y que si existe ella sea *única*.

Estamos aquí en el dominio de problemas que están ligados al recurso del método matemático, problemas que nos llevan a pensar en el grado de *compatibilidad* del análisis matemático con el fenómeno económico. En este cuadro podemos hablar de dos especies de correspondencia entre los dos, es decir:

a) *correspondencia directa*;

b) *correspondencia indirecta*; según que exprese la esencia económica misma de la solución o que resulte de la atracción hacia teoremas particulares que, si alguna vez pueden incluso conciliarse con dicha esencia económica, muchas veces se oponen a ella. No debe olvidarse el hecho de que debemos siempre proponer el problema del *óptimo* de recursos en el análisis matemático y que este *óptimo* debe resurgir de la circunstancia de que el *valor adicional del formalismo* se equilibra con su *coste adicional*, encaminados los dos a medir en términos del realismo los problemas que el modelo debe representar.

Los primeros teoremas de la existencia y de la unicidad de la solución del sistema de equilibrio han sido desarrollados por Wald y por von Neumann, y se les conocía bien en los años 1936 y 1937. Diremos que Wald ha propuesto explícitamente respecto de la teoría del equilibrio el problema de la invalidación del principio lógico matemático de la igualdad del número de las condiciones independientes y no contradictorias y el de las incógnitas con vistas a la extensión del sistema de equilibrio general de Cassel, mientras que en von Neumann esta invalidación resulta implícitamente de su formulación de un proceso de desarrollo en el cuadro de los postulados del modelo.

Las investigaciones de Wald y de von Neumann han fijado un punto de partida de investigaciones, que se han enfrentado en fijar un contraste

---

(5) Cfrs. a este propósito mi libro ya citado: *L'Alfabeto dell'economia razionale*.

entre el *presente* y el *pasado*; el *pasado* estaría representado por Walras y Pareto; el *presente*, a su vez, por Wald y von Neumann y sus derivaciones.

Afirmar este contraste debería significar probar también que las condiciones *necesarias* y *suficientes* para la existencia y la unicidad de solución del sistema de equilibrio general hayan sido fijadas. A decir verdad, poseemos algunas condiciones suficientes que presentan, sin embargo, la interrogativa siguiente: ¿en qué medida el aparato matemático domina la esencia económica del problema? Nosotros no podemos, naturalmente, evaluar aquí incluso las contribuciones más significativas de estos últimos años. Nos basta muestrear las hipótesis de convexidad introducidas en el objeto único al aplicar teoremas particulares sin una visión exacta de su alcance económico. Por lo tanto, el problema siempre abierto parece presentarse como aquel que podríamos expresar por la interrogante siguiente: ¿En qué condiciones los sistemas de ecuaciones del equilibrio general son susceptibles de una solución que responda a la condición de su *unicidad*? Este interrogante deriva del hecho de que estos sistemas no pueden ser todos *lineales* o constituir una aproximación para ciertas magnitudes de variables. En el caso de los sistemas lineales la existencia de una solución y su unicidad puede afirmarse que está asegurada por la igualdad del número de las relaciones independientes y no contradictorias y el de las incógnitas.

Las condiciones a las cuales nuestra interrogante se refiere son las condiciones *suficientes*, las cuales, en tanto no son *stricto sensu* necesarias, se consideran como *indispensables*. Deben presentarse no solamente respecto al caso de la *unicidad* de la solución, sino también respecto de la *estabilidad*.

Se está aquí estrictamente en el dominio de la evaluación del aparato matemático respecto de la consistencia efectiva de la configuración económica, evaluación que muestra cómo el esfuerzo para encuadrar dicha configuración en las condiciones restrictivas abre incluso una visión más extensa de la realidad. Esta afirmación puede parecer paradójica, si no se presta atención al hecho que da al perfil económico la circunstancia de una *pluralidad* de soluciones en condiciones dadas, recuerda que cada una de las que podríamos escoger no puede representar más que una solución *provisional* a causa y en razón de que nuestro problema puede ser más extenso que el que el modelo nos configura. He aquí entonces abrirse nuestro camino. Debe desarrollarse bajo la consideración de dos especies de relaciones a añadir:

- a) aquellas que yo denominaría *limitativas*, a fin de reducir el número de las soluciones añadidas respecto al sistema fijado por el modelo;
- b) aquellas que denominaría *agregativas*, a fin de hacer sucesivamente el modelo más próximo de la realidad económica que debemos interpretar.

Las relaciones *limitativas* nos obligan a ensayar el modelo con respecto a condiciones económicas que él posee: ellas deberán, como consecuencia, intervenir en cada desarrollo del modelo, desarrollo realizado por la adjunción de nuevas relaciones (las relaciones que he denominado añadidas) en vista de la aproximación, siempre más próxima, de la realidad económica.

Es éste un proceso a la vez de reducción y de desarrollo. Por un lado, se tiene necesariamente que eliminar las soluciones que calificaría de no económicas en cada etapa de solución, y por otro lado se añaden sucesivamente nuevas condiciones que deben materializar el procedimiento de aproximación sucesiva a la realidad. Es preciso, naturalmente, preguntarse entonces cuál será *el final* de este proceso de desarrollo. Yo pienso que *el final* puede estar representado por la realización de un *modelo* que pueda *verificarse*. Bien entendido, los modelos a verificar, gracias al análisis econométrico, pueden ser estáticos o dinámicos, pero aquí el objeto final debe ser un modelo que sea lo más completo posible y, por tanto, el final no puede ser más que la expresión de un *modelo dinámico*. Sin duda, solamente la verificación numérica podrá hacernos percibir, entre las diferentes soluciones del sistema, la que debe ser elegida.

Mi punto de vista a este respecto podrá ser acogido con escepticismo, si se piensa en el gran número de contribuciones penetrantes ofrecidas en estos últimos años por eminentes sabios a propósito de las condiciones matemáticas para la determinación del equilibrio. Pero, ¿qué decir, por ejemplo, de von Neumann, que no se ha propuesto directamente el problema de la cuestión del número de relaciones y de incógnitas? Se debería pensar que para él la cuestión no era pertinente. Es en Wald, como hemos ya hecho observar, donde vuelve a surgir el problema de esta cuenta y, como consecuencia, de la determinación del equilibrio; pero cuando consideramos todos los desarrollos que este problema ha evocado en estos últimos años, no podemos permanecer escépticos respecto a un aparato de análisis matemático, que más de una vez ahoga la significación económica de la realidad. Existe aquí la *correspondencia indi-*

*recta* de que hemos hablado antes, que trata de ello. Es esta una realidad, un peligro que se extiende más y más, y que como consecuencia debe contenerse. En el fondo Bowley antes que Wald, en 1924, parece haber previsto este problema en stas pocas palabras que leemos en su “*Mathematical Groundwork of Economics*” y que en realidad nos dan una vía realista de solución: “There is nothing in the nature of the case to prevent multiple solutions, but in practice, if we had any numerical value, there is not likely to be difficult in knowing which set is appropriate.”

§ 6. La determinación del punto de equilibrio no permite ninguna especificación de sus propiedades. He aquí, pues, el otro problema abierto, el de las *condiciones de estabilidad*. Representan, como se sabe bien, el paso de las leyes de la *determinación* a las de la *variación*. En efecto, ellas consideran las consecuencias de las derivaciones causales de la posición de equilibrio y, por tanto, representan las leyes de las variaciones.

Si se define por exceso de demanda de un bien, la diferencia entre la cantidad total demandada y la ofrecida de este bien y por exceso de oferta de un bien, la diferencia entre la cantidad total ofrecida y demandada de este bien, es natural afirmar que en el punto de equilibrio ya el exceso de demanda, ya el exceso de oferta, deben ser iguales a cero. Ya León Walras se había propuesto este problema, pero circunstancias muy curiosas para él, que había tan bien fijado el principio de la dependencia mutua general de las cantidades económicas, había considerado por relación a un solo bien en la hipótesis de un mercado en concurrencia perfecta. De esta manera la ley de la demanda

$$D_x = f(p_x, p_y, p_z, \dots)$$

resultaba simplemente la de Cournot

$$D_x = f(p_x)$$

En este caso, la estabilidad del equilibrio respecto del cambio imponía que el alza del precio de éste bien lleve a un crecimiento de su oferta por encima de su demanda, es decir, que haya un exceso de oferta, mientras que una baja del precio haga la demanda superior a la oferta, es decir, determine un exceso de demanda. Esto deriva del principio que en estado de concurrencia perfecta una subida y una bajada del pre-

cio determinen, respectivamente, un excedente de oferta y un excedente de demanda, excedentes que operan como fuerzas restauradoras del equilibrio. Nosotros no podemos abordar aquí los problemas conexos del efecto sustitución y del efecto renta. Pareto los había ya esbozado introduciendo incluso el método de las derivadas parciales respecto a los precios y a las rentas.

Desde nuestros días, se sabe bien, que es a Hicks antes que a todos a quien se debe la investigación de las condiciones de estabilidad en el cuadro de dependencia mutua general, es decir, en términos de repercusiones de la variación del precio de un bien sobre los precios de los otros bienes y la dependencia del exceso de la demanda (o del exceso de la oferta) de un bien respecto a los precios de los otros bienes del sistema. ¿Puede decirse que Hicks ha dado una solución que responda a su objetivo? En verdad, hay que decir que no, porque él nos ha presentado un análisis *implicitamente* dinámico, mientras que el estudio de las condiciones de estabilidad nos impone un análisis *explicitamente* dinámico. En el libro *Value and Capital* de Hicks, que nos habla, como se sabe bien, de sistema *perfectamente* estable e *imperfectamente* estable, hay en verdad una reserva implícita respecto de la *invarianza* o del *ajuste instantáneo* de todos los restantes precios al nuevo nivel de equilibrio. Pero sabemos bien que la estabilidad no puede depender solamente de las funciones de exceso de demanda, sino también de la *velocidad de ajuste de los precios en los mercados individuales*. La introducción explícita del presupuesto antes fijado nos impone la consideración de la tasa de variación del precio respecto del tiempo (6), es decir:

$$\frac{dp_r}{dt} \left( r = 1, 2, \dots, n-1. \right)$$

Y esto nos indica el fallo fundamental del sistema de Hicks.

A decir verdad las condiciones de estabilidad del equilibrio nos evocan la gran *paradoja económica* siguiente: *el análisis estático impone el estudio de las condiciones de estabilidad, pero éstas no pueden ser conocidas si no se estudia un sistema correspondiente dinámico*. ¿Cómo puede escaparse a esta paradoja que arriesga anegar nuestra investigación? He pensado siempre que la vía está despejada, *si se interpreta la teoría del equilibrio general* sobre una base de renovación del punto de aproxima-

(6) Cfs. nuestro libro: *Política económica racional*, Madrid, Aguilar, 1961.

ción a ella, es decir, *si se considera como el caso límite de la dinámica*, que es el verdadero objeto de la investigación económica. ¿Qué quiere decir esto? Simplemente, que la teoría del equilibrio general no es más que un sistema *adimensional* que, naturalmente, deriva de un sistema que tiene estas dimensiones propias de *tiempo* y de *espacio* cuando, ya el intervalo de tiempo, ya el intervalo del espacio, tienden hacia el infinitamente pequeño. De aquí que la dinámica es expresión de las *desviaciones* de este caso límite, desviaciones que se presentan a medida que el instante (*intervalo de tiempo*) llegan a un *periodo* y que el punto (*intervalo del espacio*) llega a ser un *área* como nos encargaremos de demostrar en el próximo capítulo. No hay duda de que Hicks ha dado un buen punto de partida; muchos estudios han derivado de él, pero incluso respecto de este problema tenemos siempre que preocuparnos de la condición de verdadera estabilidad dinámica. Por lo tanto, tenemos un problema abierto.

§ 7. Todo lo que acabamos de decir, yo pienso que puede permitir examinar la gran significación de la teoría del equilibrio, incluso si ella tiene siempre *abierto* su sistema, es decir, incluso si no podemos emplear respecto de ella la palabra "completa". Es verdad que ella se para en el umbral de la realidad viviente, pero tiene potencia para penetrar hasta aquí. Es preciso a este propósito tener solamente presente en nuestra mente que ella nos da:

- a) los elementos fundamentales necesarios para un análisis riguroso;
- b) el modelo, que yo denominaría primario de respuesta a las cuestiones, que están en la base de la interpretación de las reacciones del sistema económico a todo nuevo suceso, cualquiera que sea su naturaleza exógena o endógena;
- c) los elementos primarios para el análisis y la diagnosis de la posición de equilibrio.

Con respecto al punto a) es preciso simplemente considerar en nuestra mente el proceso de delimitación y de definición de casi todos los términos fundamentales que se presentan en el estudio del dinamismo de la realidad. ¿Cómo podríamos definir los conceptos de paro, de superproducción, de subconsumo, etc.? ¿Cómo podríamos relacionarlos con los estados del organismo económico si no tenemos su cuadro riguroso ofrecido por la teoría del equilibrio?

Con respecto al punto b) no se puede subrayar con suficiencia la potencia de un método de investigación, que fijando la naturaleza y las pro-



propiedades de las relaciones de equilibrio nos muestra cómo cada variación determinada de los datos puede ser absorbida por el organismo económico y cuáles son sus resultados. Estos son los modelos que derivan de este método que nos abre el camino para todas las investigaciones que la realidad nos impone en el cuadro general de todos los sucesos que hacen variar esta realidad.

Y, por último, con respecto al punto c), es preciso preguntarse cómo se podría delimitar todo estado de desequilibrio si no tenemos posibilidad de interpretar en términos de grado de desviaciones de un estado de equilibrio rigurosamente definido.

Estas simplísimas consideraciones pueden convencernos de la potencia de la teoría del equilibrio general, en tanto que se considere como instrumento fundamental para la aproximación de la realidad.

§ 8. Del resto, sin repetir aquí una larga demostración que yo he dado en otra parte (7), toda su potencia puede aparecer clara de su comparación con la teoría de Keynes, no para oponerse a ella (no se pueden oponer dos cantidades heterogéneas y, por tanto, también dos especies de equilibrio, como son el del pleno empleo, de la *teoría del equilibrio general*, y el del sin pleno empleo, de la *teoría keynesiana*) sino a fin de ver la teoría de Keynes como una integración natural de la teoría del equilibrio general. Es una comparación que confirma a la teoría del equilibrio su naturaleza *general* y transforma la teoría keynesiana en un teoría *particular* de aquélla.

Pararemos solamente en la última fase de nuestra demostración, que se desarrolla por la desagregación de las relaciones de Keynes y por la eliminación de la función de liquidez en la reducción del sistema keynesiano al cuadro del sistema de equilibrio general. Paramos, por tanto, en la fase de reagregación del sistema del equilibrio general reformulado en términos de aparato de análisis keynesiano y de integración de sus relaciones con la función de liquidez y, por tanto, con el dinero. Si establecemos así la existencia de un mercado cerrado en estado de concurrencia perfecta, en el cual se cambien  $n$  bienes, de los cuales *uno* corresponde al servicio de numerario ( $p_n = 1$ ), y si indicamos por  $D_r(p_1, p_2, \dots, p_{n-1})$  la función de demanda para el bien  $r$ -ésimo y por  $O_r(p_1, p_2, \dots, p_{n-1})$  la función de oferta de este mismo bien, tenemos  $n - 1$  funciones independientes de exceso de demanda  $E_r$  definidas por

(7) Cfs. mi *Política económica racional*, op. cit., y mi *Essays in Dynamics and Econometrics*. Chapel Hill, University of North Carolina, 1955.

$$E_r(p_1, p_2, \dots, p_{n-1}) = D_r(p_1, p_2, \dots, p_{n-1}) - \\ O_r(p_1, p_2, \dots, p_{n-1}) \quad (r = 1, 2, \dots, n-1)$$

El sistema está en equilibrio cuando

$$E_r(p_1, p_2, \dots, p_{n-1}) = 0$$

Este es el caso *estático*.

Cuando reintroducimos la función de liquidez nos lanzamos, como se sabe bien, en la dinámica. Es preciso entonces tener presente en el ánimo que debemos suponer un período de tiempo compuesto, como veremos en el próximo capítulo, por un número determinado de períodos elementales, todos ellos de la misma duración. En este cuadro, la demanda del bien  $r$ -ésimo para el período corriente (es decir, presente) es función de todos los precios corrientes y de los valores descontados de todos los precios futuros esperados y, a su vez, la oferta de este bien es función de todos los precios corrientes y de los valores descontados de todos los precios futuros esperados. Está claro que si representamos por  $i$  el tipo de interés para un período elemental para los empréstitos de una duración de  $t$  períodos elementales, el valor descontado del precio esperado  $p_{rt}$  será:

$$\pi_{rt} = \frac{p_{rt}}{(1 + i_t)^t}$$

En este sistema hay también una función de exceso de demanda de *dinero*, función que faltaba en la estática y, por tanto, tenemos  $n$  funciones independientes de exceso de demanda para los  $n$  bienes. Ellas son aquí funciones de  $n$  precios en términos de verdadero dinero y no de las  $n - 1$  relaciones de cambio, como en la estática.

La condición de equilibrio para el período corriente impone que las funciones de exceso de demanda para cada bien y para el dinero (títulos comprendidos) sean iguales a cero.

En este cuadro puede producirse un caso de equilibrio sin que la condición de que el exceso de demanda para un bien sea igual a cero, se verifica por *todos los bienes*. Ello se verifica para todos *salvo* para uno. En el caso del *equilibrio sin pleno empleo*. Si suponemos una variación proporcional de todos los precios (precios corrientes y valores descontados de los precios futuros esperados) en el *mismo* sentido y del *mismo* grado, nosotros podemos deducir de ello que una tal variación no puede afectar la cantidad demandada y la cantidad ofrecida de los bienes. Está

bien claro que el tipo de interés no variará y que el conjunto del dinero (títulos comprendidos) que los individuos intentan comprar o vender en el período en cuestión, varían exactamente en la misma proporción y el mismo sentido que los precios. Las funciones de exceso de demanda se presentan entonces como funciones homogéneas de orden cero respecto a los  $n$  precios.

Imaginemos una variación en un precio de un bien determinado y la adaptación del precio de los otros bienes de manera que se mantenga el equilibrio en estos mercados. Evidentemente no habrá cambiado nada el exceso de demanda del bien cuyo precio ha variado y todos los otros precios variarán proporcionalmente. Las funciones de exceso de demanda resultarán funciones de  $n - 1$  relaciones de cambio (las funciones de espera que ligan el futuro esperado con el presente, son funciones homogéneas de primer orden), como consecuencia estarán determinadas por la condición de que  $n - 1$  funciones de exceso de demanda sean iguales a cero. No es preciso olvidar que estamos obligados a tener en cuenta la existencia de una verdadera moneda, porque estamos en el cuadro de la reintroducción de la función de liquidez en el sistema y, por tanto, debemos tener  $n$  y no  $n - 1$  función independiente de exceso de demanda. Por consecuencia, debemos deducir que solamente las relaciones de cambio pueden estar determinadas, pero no los precios absolutos, y que el exceso de demanda para un bien no podrá de ordinario ser cero. Las  $n - 1$  relaciones de cambio, cuando están determinadas, permiten determinar también el nivel (negativo o positivo o nulo) de demanda de dicho bien que, en tanto que puede ser un factor de producción, puede identificarse con el trabajo. Yo no quiero negar la abstracción de este caso, pero es (me parece) una muy buena muestra para probar la potencia de la interpretación de la teoría del equilibrio general.

### CAPITULO III

#### LOS PRESUPUESTOS DEL ANÁLISIS DINÁMICO

#### RESUMEN

- § 9. Hacia la dinámica.
- § 10. La disolución del instante en el período.
- § 11. La disolución del punto en el área.
- § 12. La reserva como expresión del tiempo y del espacio.

§ 9. Cuando nos hemos referido en el capítulo anterior al dinero, hemos subrayado la circunstancia de que su consideración nos sumerge en la teoría dinámica. Sin embargo, se puede demostrar perfectamente, como yo he intentado hacerlo hace varios años, la *incompatibilidad* del sistema del equilibrio general con la teoría del dinero (8).

Hemos fijado en el curso de nuestra exposición que la teoría del equilibrio económico general podría considerarse, diría yo, como una teoría adimensional, porque se desarrolla en el marco del *instante* del tiempo y de un *punto* no localizado; tiempo y espacio no juegan ningún papel en su sistema de ecuaciones. Como consecuencia hemos dicho también que la estática se manifiesta allí en donde el intervalo del tiempo y el intervalo del espacio tiende hacia lo *infinitamente pequeño*.

Es preciso, por tanto, tratar de aclarar estas afirmaciones.

La teoría del equilibrio económico, acabamos de decir, que puede ser considerada como una teoría del *punto* y del *instante*. El coste de todo movimiento en el espacio y en el tiempo es igual a cero y, por tanto, *espacio* y *tiempo* como factores operacionales no pueden figurar en él. Hablar de este sistema como de un sistema *adimensional* no significa que se nieguen dimensiones; es evidente, pero esto quiere decir que se excluye del mismo la evaluación de todos los fenómenos que suponen la presencia explícita de estas dimensiones. El equilibrio, que se realiza en el *instante* con relaciones simultáneas, se afirma sobre un *punto* que no está localizado. La adimensionalidad de este sistema, que se puede enfocar como el *límite* en el cual se puede suponer que el intervalo de espacio y el intervalo de tiempo (hemos dicho, y nos permitimos repetirlo, a fin de que quede bien claro en la mente) tienden hacia el infinitamente pequeño, debe conducirnos a la investigación de los elementos del espacio y del tiempo implícitos en el sistema de equilibrio.

He aquí el análisis dinámico, que de un lado por la aparición de la necesidad de *extensión* del mercado nos impulsa hacia la teoría pura de los *transportes* y por otro lado por la aparición de la necesidad de *seguridad* de los pagos, nos dirige hacia la *teoría pura del dinero*. Estas son dos teorías que representan la manifestación más viva de las consecuencias de la desviación del caso límite presentado por la teoría general del equilibrio económico, desviación rica, a mi juicio, en consecuencias teóricas. Bastaría a este objeto recurrir aquí al mundo de la *incertidumbre*

---

(8) Ver mi trabajo *A Note about the utility of money* (1950), reimpresso en mi libro *Oeconomica varia*, Milano, Giuffré, 1960.

y del *riesgo* y, como consecuencia, al cálculo de probabilidades, para que se abra así a nuestras investigaciones.

Este era el gran horizonte que apareció a nuestros ojos en 1935 (9).

§ 10. Nuestros problemas de fondo consisten entonces en resolver estas dos cuestiones:

a) ¿puede considerarse la estática como el *caso limite* de la dinámica?;

b) ¿el motivo principal de la dinámica es el *conocimiento imperfecto* del individuo o las variaciones?

Para responder a estas cuestiones tratemos de colocarnos sobre la vía de la investigación de los elementos implícitos de tiempo en la teoría del equilibrio general, cuyas variables se sabe pertenecen todas al mismo instante. Una tal investigación nos ha conducido a dos hipótesis alternativas de la actividad económica del individuo proyectadas en el tiempo:

a) la de la *constancia* en el tiempo de todas las variables independientes del sistema;

b) la de la *previsión perfecta*.

La primera nos presentaba el factor tiempo como *neutro* en su esencia; la segunda nos presentaba el factor tiempo *neutralizado* en sus efectos perturbadores. Por la segunda hipótesis el equilibrio se manifestaba como condicionado a los *anticipos* del futuro exactamente formulados. Como consecuencia, la *previsión perfecta* se presentaba como el carácter fundamental que define el equilibrio, pues éste dura todo el tiempo durante el cual la *previsión* permanece perfecta respecto a los elementos determinantes de la actividad del individuo. La perfección de la *previsión* impone que toda acción de los diferentes sujetos económicos se funde sobre el alcance del mismo conjunto de sucesos exteriores a ellos y que el plan de cada uno (es decir, *grosso modo*, la línea de acción que el individuo se fija con respecto al futuro) contiene de una manera exacta las acciones de los otros y constituye un *dato* en los planes de los demás individuos.

---

(9) Ver, en particular, mis escritos *Osservazioni sulla legge di Wieser per la determinazione del valore di una provvista di beni omogenei* (1935), en los volúmenes *Scritti in onore di Ricardo Dalla Volta*, Firenze, Universidad, 1936, y *Ricerca sulle relazioni fra il tempo e l'utilità*, Firenze, Cya, 1937. Estos escritos han sido reimprimos en mis *Frammenti di Teoria Dinamica*, Trieste, Cappelli, 1952. Una síntesis en francés de su contenido ha sido publicada en el número de enero de 1957 por la revista "*Economie appliquée*", con el título: *Note sur un essai d'approche probabiliste a la theorie économique*.

Tocamos aquí la gran *paradoja de la vida humana*: *dotados de razón deberíamos actuar racionalmente, pero para hacerlo sería preciso que se satisfaga una u otra condición imposible*, es decir, que *conozcamos el porvenir* o que *el porvenir reproduzca exactamente el presente*. La situación en la que el hombre está obligado a desarrollar su actividad está tan lejos de la *omnisciencia* como de la *ignorancia*. El proceso de variaciones que representa el normal del dinamismo de la vida turba al individuo en su acción a causa de su impotencia en penetrar el futuro. La acción del hombre es siempre el resultado de un *acto de previsión*. Si es verdad que se puede alguna vez tener la impresión de la ausencia de previsión, es posible, sin embargo, afirmar que la previsión es, en realidad, todavía presente porque incluso aquel que no podría hacerla *directamente* la hacía *indirectamente*, dejándose coger por la corriente, es decir, por la previsión de los otros. De esto se puede deducir fácilmente, como ya lo hemos hecho, que el *conocimiento imperfecto* y *no las variaciones* deben ser consideradas como el motivo fundamental de la dinámica. Y esto por la razón esencial de que si la *ley de las variaciones* era conocida, nos encontraríamos en la condición de la previsión perfecta. Del *conocimiento imperfecto* se deriva la configuración del mundo variable, tal como un mundo de la *incertidumbre* y del *riesgo*. Solamente estos dos factores llegan a ser, como consecuencia, los elementos fundamentales del análisis económico considerado al perfil del *tiempo*. Se puede, por tanto, decir que la distinción entre teoría *estática* y teoría *dinámica* no representa una distinción entre dos especies de fenómenos, sino entre dos maneras de pensar que quieren identificarse en el *límite*, en donde nos encontramos en el caso de la previsión perfecta. La presencia de la previsión perfecta, en tanto que hace nula toda significación del factor tiempo, equivale a la *ausencia del tiempo*. El criterio fundamental de la distinción entre teoría *estática* y teoría *dinámica* iba así a fijar en nuestra mente en las consecuencias del factor tiempo que el individuo a causa de su capacidad imperfecta de previsión no puede exactamente alcanzar.

En este cuadro, los problemas de la *incertidumbre* y del *riesgo* resultan naturalmente elementos fundamentales del análisis, porque al *lado de las variables* que pueden ser exactamente conocidas, es preciso introducir variables que se presenten en magnitudes *esperadas*. En este término *esperadas* tenemos todos los problemas de la *incertidumbre* y del *riesgo*. No se puede excluir estos dos elementos a causa de la naturaleza de las relaciones fijadas, de las que se quiere establecer un aná-

lisis dinámico. La *introducción* del factor *incertidumbre* en la investigación económica resulta de considerar los *errores* que acompañan toda interpretación del futuro y los incesantes esfuerzos actuales del individuo para ajustar sus decisiones a las condiciones previstas.

El análisis dinámico, en tanto que me obligaba a la consideración sistemática del factor riesgo con referencia a toda acción económica, me imponía incluso una definición rigurosa de su esencia. No se pueden desconocer las dificultades de una definición económica del *riesgo*. Ella no podía identificarse a la de los actuarios, que consideran, como se sabe, que el riesgo representa no la pérdida absoluta, sino la diferencia entre ésta y la pérdida prevista. Ahora bien, existe un obstáculo insuperable que nos impide identificar la definición económica a la de los actuarios: la falta de conocimiento de *uniformidades estadísticas* en un gran número de fenómenos económicos. En el término riesgo nosotros encontramos dos conceptos diferentes, el del riesgo, que yo denominaría, *medible ex ante* y el del riesgo *medible ex post*. El primero está dado por sucesos futuros (que se encuentran ligados a condiciones o a acciones presentes) esperados con una certidumbre suficiente por los grandes números, mientras que el segundo está representado por sucesos que absolutamente no pueden preverse *ex ante* y que, por tanto, están medidas después que se han verificado. Es evidente que el riesgo del análisis dinámico debe ser el segundo. Toda asimilación entre la noción *actuarial* y la noción *económica* del riesgo debe, pues, excluirse.

El riesgo puede todavía considerarse bajo dos aspectos diferentes; es decir, con relación al que lo observa sin incurrir en él (es el que yo había denominado aspecto *objetivo*) y con respecto al sujeto que incurre en él (es lo que yo he llamado aspecto *subjetivo*). Es sencillo observar que el análisis económico se interesa en este segundo aspecto porque debe examinar la conducta de los *individuos representativos* con respecto del:

- a) factor incertidumbre;
- b) de su capacidad de hacerle frente.

La ciencia económica, en tanto que es ciencia de medias y de grandes números, debe evidentemente considerar las previsiones de individuos representativos y, por tanto, debe considerar:

- a) su conocimiento de la incertidumbre;
- b) su apreciación de la incertidumbre;

c) su propensión a tenerlo en cuenta.

Si nos aproximamos al riesgo desde este punto de vista me parecía —y me parece— que podíamos fijar un procedimiento de análisis dinámico lleno de interés.

Si se puede admitir que las decisiones humanas respecto al futuro no pueden depender de una verdadera esperanza matemática, sino más bien participar en un cierto sentido de la naturaleza del juicio intuitivo como se ha afirmado, me parecía —y me parece— que es verdad también que se debe tener en cuenta el hecho fundamental de que ese juicio intuitivo (y esto no se quería reconocer) en tanto que tiene por base una cierta experiencia de casos análogos, resulta de una aplicación —quizá grosera— del método estadístico. Los casos pueden ser *demasiado limitados* para permitir una clasificación rigurosa o *demasiado diferente* que permita una comparación rigurosa, pero el individuo, sin que se aperciba de ello, tiene, sin embargo, recursos por un procedimiento que señala en su esencia el método estadístico. De donde es preciso deducir que la diferencia entre un juicio *feliz* o un juicio *desgraciado* se reduce a: a) la diferencia de cantidad de datos experimentales; b) la capacidad diversa de clasificarla; c) a la inteligencia, que permite mejor a unos que a otros dar a los caracteres fundamentales de los datos sus pesos relativos apropiados. Cada suceso se presenta de esta manera en la mente del individuo bajo el aspecto de previsión que depende de su experiencia. No se puede, por lo tanto, hablar (como se ha hecho) de oposición decidida entre la incertidumbre que puede reducirse a una relación matemática gracias a la afirmación estadística y la previsión que no podría hacerse de una manera rigurosa. Entre ellas me parecía —y me parece— que se debe ver una relación de semejanza y que las diferencias que las separan se reducen a los elementos siguientes:

a) Cantidad de datos.

b) Longitud del tiempo necesario para recoger una serie de casos bastante numerosos para fijar una frecuencia estadística.

c) Perfección de la clasificación.

Incluso en el caso de que no puedan ser sometidas a una verdadera clasificación se puede también evaluar *probabilidades*.

El individuo en su actividad no tiene nunca delante de él una perspectiva *única* del suceso futuro (si esto ocurriera sería preciso pensar en la hipótesis de la previsión perfecta), sino *varias* perspectivas de las que cada una tiene su grado de probabilidad. No se puede pensar tam-



poco que sean muy numerosas; las perspectivas que se abren al individuo son siempre limitadas; sin embargo, hay siempre ante él una pluralidad de perspectivas, entre las cuales debe elegirse *una*, dando así fundamento (diría yo, para recordar lo que queremos criticar) a su *juicio intuitivo*. Se podría pensar que esta elección depende, en general, en la realidad de la vida cotidiana, del criterio empírico de la *continuidad* de las tendencias y que, por consecuencia, debe estar ligado en el análisis científico al principio de la constancia de los fenómenos. En efecto, se podría afirmar que el individuo está amenazado a prever que la situación actual se prolonga indefinidamente, salvo si hay motivos especiales para esperar un cambio. Pero todo esto no es más que el resultado de una *distribución de probabilidad* fijada por el individuo, sin que se perciba de ello.

Ciertamente no se puede imaginar muy amplio; al contrario, es preciso imaginárselo limitado a los valores más *notables*, excluyendo sus extremos. La introducción del factor incertidumbre en nuestro análisis evoca, a mi juicio, de una manera sorprendente, la existencia de una tal distribución de probabilidad de los valores posibles de la variable a *esperar*.

Sería preciso entonces preguntarse en términos propios a qué procedimiento se puede ligar la elección del individuo; es decir, como hace él resaltar la delimitación del valor más probable. Si se tiene en cuenta la circunstancia evidente de que el individuo no puede estar entrenado en los verdaderos cálculos, se está muy tentado de pensar que el procedimiento natural del individuo debe ser centrarse sobre la *moda* de la distribución. En efecto, esto resulta de una simple clasificación de valores y, por tanto, se puede presentar en la mente del individuo de una manera casi natural.

¿Es que todo lo que acabamos de decir puede considerarse como el resultado de una abstracción extrema? A decir verdad me ha parecido, y me parece, que no. Yo considero que esto es más bien la consecuencia de un esfuerzo de reinterpretación de la abstracción por los elementos vivos de la realidad, que ella debe reproducir.

Este esquema representa aproximadamente mi posición desde hace más de veinticinco años, cuando se pensaba aún en la dinámica esencialmente en términos de teoría de las fluctuaciones y se pasaba de la unidad lógica de la estática y de la dinámica. De esta manera la estática se preocupaba de la *determinación* de cantidades de bienes pro-

ducidos y cambiados y de precios y la dinámica de su simple *movimiento* sin penetrar en las razones.

Nuestra exposición se apoyaba sobre el principio de la igualdad en el límite de las probabilidades subjetivas de las frecuencias relativas de las muestras.

Reconocer, como yo lo había hecho, que existe una relación entre la probabilidad subjetiva y el método estadístico significaba, incluso, reconocer que la ley de los grandes números deriva de las propiedades de las probabilidades subjetivas. Esta concepción, que como se ve bien puede emparentarse en la línea del pensamiento de Bayes y de Ramsay, es evidentemente la única que puede permitir una aproximación probabilística de la economía. En el fondo expresa, diría yo, la lógica del instinto, la que nos rige contra lo desconocido.

El individuo no prevé, generalmente, el futuro de una manera exacta; la presencia de *desviaciones* entre la realidad y lo que él piensa que debía ser, no puede ser eliminada. Esta desviación entre la previsión y la realidad (desviación que podría ser más grande o más pequeña según que el futuro considerado esté lejos o próximo) era y es, según nosotros, la expresión del *riesgo* al cual el individuo somete su actividad. Los factores *incertidumbre* y *riesgo* pueden de esta manera ser interpretados con relación al sujeto económico, respectivamente, como los aspectos *subjetivos* y *objetivos* de la variabilidad en el curso de los sucesos.

Esta concepción del riesgo permite delimitar los dos problemas fundamentales que da el análisis dinámico:

- a) el problema de la relación entre la previsión del individuo y los fenómenos actuales;
- b) el problema de la relación entre la esperanza de un suceso futuro y el suceso mismo, tal como se ha verificado en la realidad.

Yo no subvaloraré, naturalmente, las dificultades que estos problemas y, sobre todo el segundo, presentan. Esto no lleva, sin embargo, ningún alcance en el sentido profundo de un análisis que quiera hacer de este problema un objeto de investigación. En tanto que las dos relaciones que acabamos de indicar nos permiten evaluar los cursos diferentes de los sucesos, cuando se cambian las hipótesis con respecto a las previsiones, ellas nos llevan a penetrar los efectos de las causas perturbadoras de los fenómenos económicos. De esta manera encontramos aquí esto que afirmábamos antes; es decir, que *la incertidumbre asociada a la variación es más importante para la teoría dinámica que*

las *propias variaciones*, porque su origen puede fijarse en el esfuerzo de interpretar el futuro de parte del individuo.

En este marco era preciso delimitar el tiempo con respecto a:

- a) a las previsiones a hacer;
- b) a la construcción de una serie que pueda determinar el desarrollo de los fenómenos a través del tiempo.

Yo me había enfrentado con este problema por las consideraciones siguientes:

- a) el problema del tiempo deriva de la discontinuidad de los fenómenos en el tiempo;
- b) la solución debe ser investigada en términos de fuerzas económicas eficaces.

De donde es necesaria una división del tiempo que fije lo que yo llamaba respectivamente:

- a) punto de vista;
- b) horizonte absoluto;
- c) horizonte relativo;
- d) período económico;
- e) período elemental.

La consideración sistemática del *riesgo* llevaba naturalmente a la integración del *tratamiento funcional* con el de la *causa* en la interpretación del desarrollo económico. Afirmar esto era fijar lo que la teoría dinámica microanalítica no era en sustancia más que la teoría del plan económico individual, cuyos dos momentos fundamentales son el de su *formación* y el de su *revisión*.

El individuo debería fijar su plan respecto a su *horizonte absoluto*, recurriendo a un procedimiento que engloba el presente y los anticipos del futuro por una relación funcional. Pero es preciso pensar que la realización del plan implica naturalmente el desarrollo del tiempo que, a su vez, implica:

- a) cambio de previsiones;
- b) desviación entre la previsión y la realidad.

Si tenemos en cuenta horizontes relativos que se han fijado entre el punto de visión y el horizonte absoluto, vamos a encontrar relaciones funcionales en cada período elemental, que dan tantos planes *menores* sucesivos en el cuadro del plan que parte del punto de vista para extender al horizonte absoluto, cuadro éste dominado por la relación de causalidad. Los diferentes horizontes relativos constituyen puntos de relieve que consienten medir las desviaciones entre las cantidades previstas

y las que se han realizado. Estas desviaciones dominan (por cambios de previsión ligados a la aproximación del horizonte absoluto) el desarrollo de la acción del individuo.

El agregado económico resulta de este hecho como un conjunto de planes individuales. Podemos deducir su carácter por el examen de su *compatibilidad* en el sentido general de armonía de decisiones y de sucesos. Hay una armonía que se reduce a la armonía del conjunto de los sucesos *exteriores* a cada individuo; hay una armonía que se reduce a las condiciones siguientes:

a) que los individuos fijen su plan con respecto al mismo horizonte absoluto y, por consecuencia a los mismos horizontes relativos en la esperanza del mismo conjunto de sucesos exteriores;

b) que los planes de cada uno se refieran de una manera suficiente a la previsión de otro; en efecto, los planes de cada uno *comportan* acciones futuras que constituyen los datos para los planes de los otros.

Yo acabo de esquematizar el sistema dinámico que había tímidamente propuesto desde 1935 a 1937. Después de varios años he tenido la buena suerte de medir la significación comparándola con las diferentes contribuciones que han aparecido sucesivamente.

Estoy siempre empeñado en investigar un análisis dinámico que fuese respetuoso de la unidad lógica de la economía pura por completo. Esperamos haberlo alcanzado por la consideración de la *estática* como *caso límite* de la dinámica. El análisis dinámico así esquematizado se fija de esta forma sobre dos puntos fundamentales:

a) revisión del principio de la *dependencia* mutua *general* a fin de evaluar los límites de su aplicación y de integrar este principio con el principio causal;

b) revisión del principio de *racionalidad* perfecta de las acciones de los sujetos económicos.

La introducción de los anticipos del futuro al lado de las variables del análisis estático nos han conducido a formular de manera nueva en el sector del *consumo* el principio de la igualdad de los grados marginales ponderados de utilidad y en el de los *factores de la producción* la igualdad del coste marginal de producción y del precio de venta y la igualación de las *productividades marginales ponderadas*. Yo había alcanzado el puente de paso del análisis estático al análisis dinámico desde 1935 por el tratamiento de las unidades homogéneas de *un mismo bien* respecto a *varios periodos* de tiempo como si ellos fuesen *bienes diferentes*.

Se percibe inmediatamente que nuestro procedimiento era aquel que hoy se denomina *análisis por períodos* en oposición al *análisis por tasas de desarrollo*. El nuestro implica el recurso a las ecuaciones de diferencias finitas, mientras que el otro implica el recurso a las ecuaciones diferenciales.

A decir verdad, en el límite estas dos especies de análisis dinámico podrían incluso identificarse, porque reduce la amplitud de períodos en el infinitamente pequeño, nosotros pasamos del análisis por períodos al análisis por tasas de desarrollo. Pero si llegamos a este resultado, haríamos nula toda significación de los factores *incertidumbre* y *riesgo*, cuya introducción sistemática en cada acción económica, nos parece indicar toda la fuerza de penetración del análisis puro en el mundo real.

§ 11. Hasta aquí hemos hablado del problema del *tiempo*, y a decir verdad el tiempo resume siempre la esencia del análisis dinámico. Pero hace algunos años, cuando el punto de vista del tiempo, habiendo sido fijados los fines que se proponían y cuando el camino de la teoría dinámica parecía ampliamente recorrido, he aquí que me surgió la duda siguiente: ¿no sería necesario rehacer el camino a partir de su principio para integrar la visión del *tiempo* en la del *espacio*, para pasar así no solamente de un instante a varios instantes, sino también de un solo *punto* a varios *puntos*, en la visión del área? (10)

La disolución de un punto en varios puntos, es decir en un área, debe surgir de la consideración del *espacio* en el que una especie de *vacío* separa al productor del productor, el consumidor del productor. Es a causa de su naturaleza económica (y por consecuencia a causa de su medida económica), por lo que hemos llamado a este intervalo de espacio el *vacío económico*. En este cuadro la *distancia* debe ser interpretada como una atribución de recursos humanos y no humanos demandados a fin de sobrepasar la resistencia, que se opone al movimiento a través del espacio.

El vacío económico va a tomar su significación para su medida en términos de costos. Es una medida a encuadrar en el doble aspecto de este vacío:

- a) el aspecto *espacial*;
- b) el aspecto *temporal*.

---

(10) Cfrs. mi trabajo: *Il significato dello spazio e del tempo nelle relazioni economiche*, en *Atti del Convegno Colombiano*, Génova, Istituto civico Colombiano, 1956 (reimpreso en mi libro ya citado: *Oeconomica Varia*).

A medida que el vacío económico a recorrer por el movimiento de un factor económico se extiende y, por consecuencia, la resistencia del espacio aumenta, el tiempo necesario para este movimiento aumenta siempre más hasta que haya alcanzado su máximo. Este máximo, que es un máximo *pro tempore* a causa del progreso técnico, constituye un *máximo* en este sentido de que un movimiento ulterior en el espacio no aparece más posible como consecuencia de los obstáculos que derivan de un empleo ulterior del tiempo. Desde el punto de vista físico se puede tener razón más fácilmente del aspecto espacial que del aspecto temporal del vacío económico. Se podría afirmar que si no hay ningún límite físico en el vacío a colmar, se debe reconocer que hay un límite físico en el tiempo en el cual este vacío puede colmarse. De allí es preciso considerar un *coste general* para toda especie de actividad, coste a medir en términos de velocidad a recorrer este vacío y un *coste específico* de producción de dicha velocidad.

Se puede, pues, adelantar aquí dos hipótesis para evaluar los elementos del espacio que están *implícitos* en la teoría del equilibrio general, la cual se sabe bien presupone la *movilidad perfecta* de todos los bienes y de todos los servicios:

- a) el *coste general* y el *coste específico* deben ser igual a cero;
- b) el *coste general* tiende a cero, pero el *coste específico* no tiende a cero.

La primera hipótesis hace nula la significación del vacío económico, mientras que la segunda expresa su esencia en términos de recursos, que es preciso asignarle. Diremos más particularmente que la segunda considera el vacío solamente respecto a la cantidad de recursos necesarios para su vencimiento en el cuadro de la atribución general de los recursos económicos a los diferentes empleos de producción.

Es preciso tener presente en el esquema que cada decisión de atribución de una unidad de recursos a la producción de un bien determinado representa la renuncia a la decisión de atribución de esta unidad a una especie distinta de producción. De donde el concepto de *decisión-coste* y de *coste* en su sentido de empleo *alternativo* de recursos.

Si se piensa que un sistema de precios correspondientes a los costes marginales puede representar una concepción de *óptimo* de *aplicación* de recursos disponibles a sus diferentes empleos, se puede deducir que la hipótesis según la cual el *coste general* del vacío económico tiende hacia *cero*, va a cesar y, por tanto, el aumento del dinamismo esquematizado por las dos hipótesis anteriormente enunciadas toma su plena significa-

ción. Esta es a todas luces evidente si se considera que la velocidad para recorrer un vacío económico determinado está estrechamente ligada a su coste de producción. El límite superior es aquel que está determinado por la igualdad de su precio y su coste marginal.

§ 12. La investigación progresivamente dinámica del perfil del espacio que acabamos de enfocar por las dos precedentes hipótesis, debe naturalmente unirse al *crescendo* del dinamismo que deriva de las dos hipótesis abstractas avanzadas respecto al factor tiempo.

Es, por tanto, natural reconocer una muy estrecha relación entre los dos procesos de interpretación dinámica. Se condicionan mutuamente a causa de la razón evidente de que la actividad económica se desarrolla en la *continuación del tiempo-espacio*. Se vislumbra inmediatamente si se propone el problema de la perfección del mercado. Se sabe bien que esta perfección está condicionada ante todo por la disponibilidad *inmediata de bienes demandados*. De esta condición deriva el concepto de *reserva*, en tanto que llena el servicio específico de sobrepasar las resistencias del tiempo y del espacio a la actividad del individuo, ya sea productor o consumidor. Este servicio tiene naturalmente un coste que, en tanto que deriva de su consideración respecto al factor *tiempo*, nos introduce en el terreno de la *tasa de interés*; y en tanto que deriva de su consideración con respecto al factor *espacio* nos lleva sobre el terreno del precio de la distancia, es decir, a la cuestión de la *tasa de transporte*. El coste de la reserva nos hace considerar así, ya la disolución del *instante* en varios instantes, en un período, ya la disolución de un *punto* en varios puntos, en un área, y afirma la estrecha relación de estos dos problemas. Si el futuro era cierto, la reserva, en tanto que es una expresión de un procedimiento de seguros, se desviaría de este fin, pero ella tendría siempre su sentido respecto al *vacío económico*; si de otra parte la *velocidad* de sobrepasar este vacío fuese infinita, la reserva, en tanto que es consecuencia de la presencia del espacio, no tendría ninguna significación, pero tendría siempre su sentido respecto al futuro incierto.

Se puede por consecuencia decir que lo mismo que se habla del descuento respecto al factor tiempo, que hace fijar el valor actual de un bien futuro después de que su precio futuro anticipado descontado al tipo de interés corriente, de la misma manera se puede hablar del descuento respecto al espacio que nos permite comparar los valores de dos o varios bienes según su distancia del punto de referencia. Su tasa de descuento con respecto al espacio está representada por la tasa (podría decirse) de

su cobertura del vacío que les separa de dichos puntos, es decir, por la tasa de transporte.

Se deducen fácilmente de aquí los dos *pilares* de la dinámica económica, las dos necesidades nuevas que la estática no conocía:

a) *la necesidad de seguridad de pagos futuros;*

b) *la necesidad de conquista del vacío económico*, es decir, de extensión del mercado. La primera necesidad nos introduce en la teoría pura del *dinero*, la segunda en la teoría pura de los *transportes* en el sentido más general del término, es decir, del transporte *efectivo* (por tierra, por mar, por aire) y del transporte *potencial* (por teléfono, por telégrafo, por radio). Yo digo *potencial* porque el telégrafo, el teléfono y la radio nos permiten anticipar el transporte efectivo de los bienes económicos; ellos cubren el espacio como decisión; yo estaría tentado de decir que expresan una decisión a la llegada, definida por la velocidad de transporte efectivo.

Hemos hecho una excursión dentro de argumentos muy apasionantes porque son objeto de investigaciones muy vividas en nuestros días.

En una carta a Irving Fisher fechada el 11 de febrero de 1897, carta que ha sido publicada en la revista *Metroeconómica* en 1958, Vilfredo Pareto escribía: "Durante cincuenta años creo que la Economía no se parecerá a la Ciencia que ahora lleva este nombre." En efecto, si se piensa en la significación: a) del estudio de las dimensiones *tiempo* y *espacio* respecto del sistema económico; b) en la interpretación *probabilística* de los hechos económicos, el progreso ha sido verdaderamente revolucionario. Podríamos incluso interpretar, como yo lo he hecho, a la Ciencia económica como las *matemáticas aplicadas a los fenómenos de rareza*, respetando, sin embargo, esta amalgama de lógica y de conocimiento de los hechos, que es una parte viva de su construcción. Pero cuando investigamos la causa profunda de este progreso no podemos olvidarnos de nuestra deuda inmensa hacia Pareto. Su obra ha sido la gran linterna que ha alumbrado y que alumbra aún más y más el camino del progreso científico, si se entiende por esto, ante todo y sobre todo, rigor de principios capaces de explicar el pasado y de prever el futuro.



## CAPITULO IV

### ECONOMÍA PURA Y ECONOMETRÍA

#### RESUMEN

§ 13. El análisis econométrico etapa necesaria del proceso de construcción de la Economía.

§ 14. La Econometría frente a la Economía y la Estadística económica.

§ 15. Significación de la investigación econométrica.

§ 13. En el curso de nuestra exposición hemos evocado la investigación econométrica. En particular, la hemos referido al objeto del problema de la determinación del equilibrio. Es preciso ahora *evaluar* su significación general en el cuadro de nuestro sistema.

La especificación de *modelos* edificados sobre los principios de que hemos hablado debían naturalmente llevarnos a introducir también *elementos nuevos* en la lógica de las relaciones económicas. En particular me refiero a la *probabilización* de la investigación en sí misma. El rigor determinista de las relaciones está en vías de evolucionar hacia un rigor de los procedimientos en el cuadro de una *probabilización* general de tales relaciones, de manera que se puede casi decir que el análisis puro tiende hoy más y más *hacia la investigación de las leyes de probabilidades que dominan el conjunto de ciertas cantidades en lugar de representar exactamente relaciones funcionales entre estas cantidades*. Es éste el resultado natural del esfuerzo, siempre más intenso, orientado hacia una respuesta satisfactoria a las grandes cuestiones siguientes, que atormentan al investigador de la economía como de toda ciencia natural:

- a) ¿La realidad es exactamente la que nosotros nos representamos?
- b) ¿Hasta qué límite se observa la coincidencia de ella?
- c) ¿Por qué la realidad está conforme con nuestras representaciones?

Es evidente que estas tres cuestiones expresan lo que yo denominaría la demanda de la teoría *más probable*, y en tanto que ellas expresan esta demanda nos llevan incluso a la elección de la *solución adecuada del sistema* entre aquellas ofertas para el análisis matemático. Toda solución, toda teoría, a decir verdad, no representa más que una *hipótesis* en la que nosotros buscamos alguna probabilidad especificada.

Es, por tanto, al procedimiento lógico de la investigación de la teoría

más probable al que nos debemos dirigir y, por tanto, debemos fijar como consecuencia la significación de la econometría.

Podemos considerar la *lógica* como el conocimiento razonado. Esto nos dice que toda ciencia no es más que una *lógica aplicada*. En efecto, los antiguos griegos llamaron a toda la ciencia la *lógica del objeto especificado por la investigación particular considerada*.

En este marco podemos decir que si la Econometría es una Ciencia debe ser la *lógica de algún objeto*. ¿De cuál entonces? Naturalmente, es preciso verlo en la *medida*. Pero esta afirmación nos propone inmediatamente otra cuestión: *¿medida de qué?* La respuesta a este interrogante parece clara: *la medida de los fenómenos económicos*. He aquí, pues, una especie *particular* de medida a considerar. Hemos dicho una *especie de medida* a causa y en razón de los *fenómenos particulares* a medir.

Es evidente que si la econometría es una ciencia debe tener su teoría, sus reglas, sus principios. Pienso que es preciso considerar desde este punto de vista a la econometría.

Antes de empezar este problema es preciso, sin embargo, recurrir a la significación de la economía. Es muy interesante mencionar a este respecto lo que Leon Walras escribió a Agustín Cournot: "Nuestro método es el mismo, colocaos inmediatamente al amparo de la ley de los grandes números. Y yo ya habito más acá de esta ley, sobre el terreno de los datos rigurosos y de la pura teoría."

Hay aquí una divergencia, que puede incluso encontrar algún aspecto de convergencia, si prestamos atención al hecho de que entre los dos conceptos hay, a decir verdad, un acuerdo de principio, el principio es decir de la esencia *cuantificada* de la economía. Walras lo veía desde el punto de vista de las cantidades algebraicas, mientras que Cournot lo consideraba desde el punto de vista de las cantidades numéricas. De aquí que sea muy sencillo deducir los motivos de la anomalía de una *teoría sin medida* por una parte, y de una *medida sin teoría* por otra, tales como, en efecto, la economía y la estadística económica respectivamente lo son. Esta dicotomía no puede ser la expresión de dos procedimientos alternativos de investigación de la verdad, aunque más bien representan el camino que nos lleva a la construcción del gran cuerpo de la ciencia económica.

La ciencia económica, como toda ciencia, no debe tener necesidad solamente de las condiciones necesarias para la consistencia de toda inferencia lógica de una hipótesis, sino también de las condiciones necesarias para la correspondencia del modelo teórico así derivado y de la realidad. En este cuadro *la teoría sin medida y la medida sin teoría* deben recíproca-

mente integrarse, porque la una no es más que un aspecto necesario de la otra. La esencia de la econometría reside, como yo había escrito hace varios años (11), en el hecho de que fija la base de la investigación cuantitativa un modelo teórico. Yo sé bien que todo esto es muy simple, pero dejadnos decir que, aunque sea muy simple, a menudo no está presente en nuestra mente. La consecuencia es que se olvida frecuentemente la circunstancia; que las matemáticas, aunque sean necesarias para la investigación, ya económica, ya estadística, no son un instrumento suficiente para llevar a cabo estas dos especies de investigación. Aquí, nuestro punto crucial: a decir, todo el progreso científico en el dominio económico depende de una adecuada conjunción de estas dos especies de investigación. Justamente, Vilfredo Pareto había escrito en 1907: "*Il progresso dell'economia politica pel futuro dipendera in gran parte della ricerca delle leggi empiriche ricavate dalla statistica, che si paragoneramo poï con le leggi economiche note o che ne farianne coroscere di nuove*" (12). Mi cita de Pareto no significa, naturalmente, que sea una expresión que me haga olvidar a Jevons. Estas sus palabras son siempre muy de actualidad a este propósito: "*I know not, when we shall have a perfect system of statistics, but the want of it is the only insuperable obstacle in the way of making economics an exact science... The deductive system of economics must be verified and rendered useful by the purely empirical science of facts. Theory must be invested with the reality and the life of facts.*" (*Theory of political economy*, pp. 12, 22, 3.<sup>a</sup> edición, y *Principles of science*, Cap. XXII.) Con referencia a Pareto, deseo hacer resaltar cómo el sabio quizá más ligado a la deducción pura, tan pronto como había llegado al punto más alto de su construcción apriorística, ha reconocido inmediatamente la pobreza de una ciencia incapaz de verificar el resultado del pensamiento puro por datos estadísticos. La misma conclusión nos encontramos en Marshall cuando escribió: "*The true raison d'être of theory is that supplies a machinery to aid us in reasoning about those motives of human action which are mesurable.*" (*The present position of economics*, Libro 1.<sup>o</sup>, Cap. V.)

Hemos propuesto el problema de la unión de las dos especies de investigaciones, que podemos ligar, respectivamente, a los nombres de Leon Walras y de Cournot. Es éste un problema que se traduce en la unión del

---

(11) Cfs. mi ensayo: *Dell'econometria*, en *Metroeconomica*, abril 1950.

(12) PARETO: *L'interpolazione per la ricerca delle leggi economiche*, en *Giornale degli economisti*, 1907, pág. 366.

dominio del *cálculo del valor* y del *cálculo de probabilidad*. Se conoce también que el carácter fundamental de la economía pura ha sido siempre el esfuerzo, diría yo, de sojuzgar su dominio de investigación al cálculo del valor (hemos ya calculado el valor en su sentido más general sin referirnos de ninguna manera a la causa del valor, tan querida por la economía clásica, pero desde nuestros días sin ninguna significación) y que el carácter de la teoría estadística viene dado por el esfuerzo de sojuzgar el dominio de su investigación al *cálculo de probabilidades*. Lo que nos es preciso es la unión por los dos métodos del cálculo del valor y del cálculo de probabilidad de estos dos dominios de la investigación como si fuesen un solo dominio. Es preciso, por lo tanto, sembrar en un terreno y en el otro, y esto nos lleva al problema de los *límites* en nuestra obra a fin de utilizar nuevos elementos, en nuevos resultados, en nuevas reglas, en una *nueva teoría*.

En efecto, existe todavía algún malentendido respecto al objeto de la investigación econométrica, aunque éste debería aparecer implícito en su definición, que en tanto en cuanto se fija el problema de la *probabilidad de una teoría*, nos propone el problema de la *elección* de la solución más consistente entre las que ofrece el análisis matemático.

Esto no excluye (sino por el contrario, permite) el proceso de mejora en términos de interpretación de la propia teoría, mostrando lo que es preciso y lo que se puede hacer para alcanzar el fin pretendido.

La Econometría debe ser una ciencia en el sentido que antes hemos afirmado, es decir, no puede ser una simple copilación de hechos y de números. Debe tener sus reglas, sus principios, es decir, su teoría.

No puede (no debe) ser una especie de nueva teoría económica, como alguien parece pensar, cuando, por ejemplo, se habla de una teoría econométrica de las fluctuaciones económicas. A decir verdad, debe uno quedar sorprendido por un concepto de tal suerte, tan lejos de toda significación lógica de la teoría económica.

El procedimiento de su construcción debe pasar por dos etapas:

- a) la deducción pura de una hipótesis;
- b) su verificación numérica.

§ 14. La abstracción exige la verificación numérica de su elaboración, en un marco de investigación que conduzca del modelo económico al modelo econométrico.

Sabemos que la naturaleza de la economía es una naturaleza cuantitativa, y a causa de esto su método fundamental está representado por el

método matemático. La teoría económica se materializa en hipótesis, que constituyen relaciones funcionales entre dos o varias variables. Es evidente que un estudio de relaciones funcionales no puede llegar a ser un estudio económico recurriendo simplemente a la terminología económica. Queda siempre un estudio matemático hasta el momento en el que se introduzca alguna idea de aplicación a la realidad económica. La conexión muy compleja entre un modelo y la realidad no podrá, quizá, ser nunca completamente aclarada, pero la idea fundamental que presupone es la referencia a una relación entre la teoría y un esquema de experimentación.

La parte esencial de la explicación de los hechos consiste en construir o reproducir estos hechos mismos, a fin de poder interpretarlos. Cada experimento no es más que un pedazo de la realidad. Describir las condiciones sería quizá una tarea sin fronteras, pero lo que es preciso es tener alguna idea respecto de lo esencial que se haga. De esta manera se describen las condiciones de un experimento dirigiéndose:

- a) A ciertos objetos determinados sometidos a nuestra observación.
- b) A alguna definición del ambiente en el que el experimento tiene lugar.

Todo esto confirma, si hay de ello aún necesidad, el principio de que la verificación es condición *sine qua non*, a fin de que una teoría sea *completa*. Si no conocemos los valores de los coeficientes de estas relaciones funcionales, no podríamos conocer la *intensidad* con que actúan las fuerzas operacionales y no podríamos juzgar su carácter operacional.

No es preciso olvidar que la evaluación del carácter operacional de las variables económicas es el primer instrumento para la definición de la veracidad de un teoría. Pero el procedimiento de verificación no se para aquí. Va más allá. Es lo que Pareto había previsto a propósito de las leyes empíricas. He aquí, pues, el problema de la verificación: a) probar la teoría; b) desarrollar la misma teoría.

Cada teoría puede compararse a una curva a trazar bajo la condición de que pase por dos puntos definidos. Se sabe bien que, desde el punto de vista matemático, se puede trazar un número indefinido de curvas por dos puntos distintos. De la misma manera se podría decir que se puede tener un número indefinido de teorías para explicar hechos particulares de observación. La cuestión que se propone es la de escoger la teoría más *consistente* con la realidad, es decir, la teoría más probable que podríamos denominar la *verdadera teoría pro tempore*.

Cuando consideramos los problemas que se refieren a la probabilidad de una teoría, debemos pensar en el proceso de adaptación de nuestras hipótesis a las condiciones del análisis estadístico. Esta circunstancia evoca, es evidente, los tres puntos de vista, el *matemático*, el *económico* y el *estadístico* de la investigación. Recordemos aquí algunos hechos que se refieren a la investigación econométrica. Son fundamentales para alguna deducción.

En efecto, debémos estar orgullosos en dar de lado a la simple exposición de los movimientos de ciertas series temporales y de haber propuesto el problema de la consideración de modelos teóricos, que deben explicar cuantitativamente la mutua dependencia general de las acciones económicas de los individuos y, como consecuencia, el mecanismo que, a mi juicio, determina el nivel de la actividad económica.

El *modelo*, en tanto que constituye la representación simbólica de las acciones recíprocas de las fuerzas económicas, debe ser la expresión de la *teoría pura* a verificar. El modelo debe, como consecuencia, ser un sistema de ecuaciones *simultáneas* que exprese todas las relaciones recíprocas entre las cantidades medibles que regulan la conducta económica. Yo desco llamar la atención sobre las palabras: un sistema de ecuaciones *simultáneas* que expresan todas las relaciones recíprocas entre las cantidades medibles que regulan la conducta económica, porque estas palabras yo creo que fijan la necesidad de investigaciones, que saben quedar fieles a los principios generales, que desarrollan la teoría del *equilibrio general* y no ciertamente la teoría de los equilibrios *parciales*.

Se sabe bien cuán fuerte es el atractivo de la investigación econométrica para la simple curva de demanda, que implica la cantidad y el precio de una sola mercancía como variables. En efecto, es éste el antiguo tratamiento cuantitativo, renovado en nuestros tiempos por el moderno método estadístico.

Se sabe también a este respecto que la investigación de Jevons sobre la ley de la demanda de trigo (según los datos que se atribuyen a Gregory King) ha sido un buen punto de aproximación para la conexión de la teoría económica y de la aritmética. Sobre el mismo camino nos encontramos la investigación de Pareto (14), a propósito del problema de si la demanda de un bien no es función de la forma de la

(13) PARETO: *La legge della domanda*, en *Giornale degli economisti*, enero 1895.

(14) R. BENINI: *Una possibile creazione del metodo statistico*, *L'economia politica induttiva*, en *Giornale degli economisti*, enero 1908. *Sull uso delle formule empiriche nell'economia politica*, en *Giornale degli economisti*, noviembre 1907.

distribución de la riqueza y los ensayos de Benini (14) para la evaluación de las leyes de la demanda y de la oferta en el cuadro de sugerencias siguientes: a) se debe determinar las ecuaciones de las curvas de demanda de las mercancías más importantes; b) se deben calcular sus elasticidades; c) se deben clasificar las mercancías según sus elasticidades respectivas. Yo pienso que si nos proponemos la interrogante: ¿cuáles pueden ser los resultados en términos de verificación de la teoría económica que se pueden obtener de análisis semejantes?, no podemos más que permanecer muy desalentados. Hay aquí, diría yo, un *gap* teórico formidable, *gap* que deriva de la falta de consideración de la interdependencia general de las cantidades económicas.

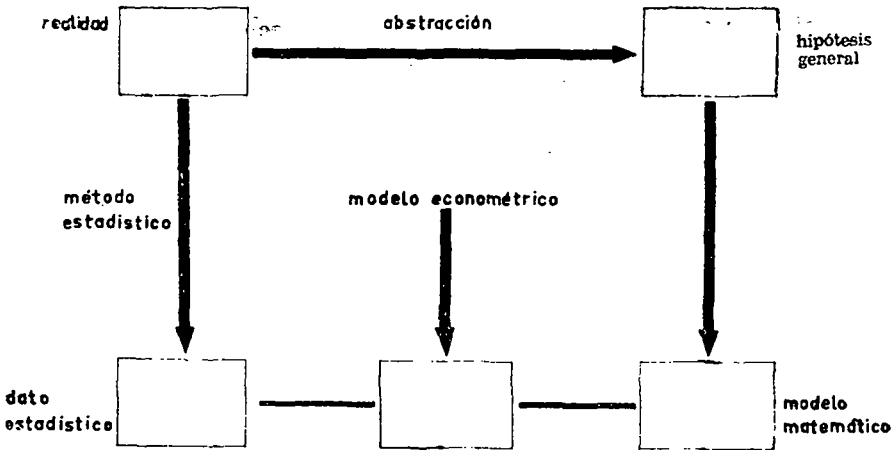
Lo que nos es preciso es traducir la teoría a verificar en un *modelo completo* que nos permita una aproximación suficiente al mundo real. Cuando decimos un modelo completo, vemos incluso el problema de la interdependencia general de las cantidades económicas.

Dado que la esencia de la investigación econométrica está representada por:

- a) la construcción del modelo, y
- b) el recurso al método estadístico, a fin de estimar los valores de los parámetros de las ecuaciones del modelo.

Debemos ante todo considerar la significación plena del modelo tanto como el esquema de la teoría a verificar. Lo que surge inmediatamente a este propósito es el concepto innovador de relación económica *aleatoria*, el cual va más allá de las consideraciones de determinación de las magnitudes económicas y caracteriza el paso del modelo económico al modelo econométrico. No se trata solamente de considerar la existencia de los errores de media de las variables, sino las relaciones mismas que entran en juego, en tanto que son la consecuencia de la elección del teórico.

Se podría dar aquí una visión gráfica de nuestro problema



Se puede también decir que los últimos veinticinco años han sido ricos en importantes contribuciones a este respecto. Me refiero particularmente, por una parte, al desarrollo de la teoría dinámica en el cuadro de la *unidad lógica* de construcción de la estática y de la dinámica económica. Por otra parte, los problemas del modelo y el camino para su verificación numérica resultan más claros, en cuanto a los fines a alcanzar. La construcción del modelo resulta esencialmente de este intento. ¿Sería posible verificar una teoría económica si no tuviésemos un modelo dinámico? ¿Sería posible considerar la dinámica sin reconocer anteriormente que ella debe derivar de una investigación que se apoya sobre el principio general de la *unidad lógica* de construcción de la *estática* y de la *dinámica*? Cuando yo pienso que todo esto es muy sencillo en nuestros días, no puedo dejar de acordarme de aquella timidez de los veinticinco años en que yo había avanzado en este principio, a fin de abordar el cuadro dinámico que he esquematizado en el Capítulo III. Si la crítica benevolente de nuestros días ha reconocido mi trabajo como un trabajo de pionero, la crítica de esos tiempos lo había cubierto de silencio, si no de desprecio. ¡El camino de las novedades es siempre el camino de la amargura!

El modelo dinámico es el presupuesto necesario para la verificación numérica. ¿Sería posible *contrastar una hipótesis*? ¿Sería posible medir los parámetros sin un sistema de relaciones que representen el esquema de la *dinámica*, cuyo caso límite es la *estática*?

Si del dominio económico pasamos al de la estadística, debemos evocar



las técnicas de estimación, ya la de la máxima verosimilitud, ya la más antigua técnica de los mínimos cuadrados. A decir verdad, la técnica de los mínimos cuadrados nos turba a causa del hecho de que no pueden evitarse las condiciones siguientes: a) la ecuación no debe formar parte de un sistema de ecuaciones simultáneas, o si forma parte, la influencia de las variaciones sobre las otras ecuaciones no debe considerarse; b) las observaciones de las variables independientes no deben ser susceptibles de errores de definición o de medida; c) los errores residuales no deben presentar ninguna autocorrelación habiendo sido extraídos de una manera independiente de una población estable en cada período de tiempo (15).

Si alguna crítica puede ser elevada contra el rigor de estas condiciones restrictivas como me lo ha hecho Wold, pienso, sin embargo, que no se puede pasar de allí sino recurriendo a poner en forma reducida el sistema de ecuaciones consideradas, es decir, que con respecto a la ecuación a estudiar, cada variable endógena debe expresarse en términos de variables predeterminadas, comprendidos en ellas los valores pasados de estas mismas variables y las variables exógenas, que influyen, pero que no están influenciadas por las variables endógenas del modelo.

§ 15. Estas pocas notas referentes a la construcción del modelo y a la aplicación del análisis estadístico nos evoca implícitamente el problema del recurso a las matemáticas, que es cada vez más creciente y complicado. La alarma a este respecto había sido dada por Zeuthen, que en 1954 había escrito en el *Quarterly Journal of Economics* sobre la tendencia a dar los estudios econométricos demasiado difíciles para los economistas que no poseen una alta preparación específica, deduciendo de esta circunstancia que “*during its early periods econometrics probably gave more valuable contributions to economics than recently*”. Como consecuencia de esta alarma ha sido la invitación a fijar en un *rapport* —es mi *rapport* de Uppsala *On the editorial principles of an econometric journal* publicado el mismo año en “*Metroeconomía*”—los principios fundamentales de una investigación econométrica. Nosotros no podemos olvidar, a este propósito, tres circunstancias fundamentales:

- a) las matemáticas son la ciencia de las cantidades;
- b) la economía es una ciencia cuantitativa, y

---

(15) Cfrs. mi libro: *Introduzione di calcolo statistico all'econometria*, Génova, Pubbl. Scient. d'ingegneria, 1961.

c) la estadística es la lógica explícita de los números.

Por consecuencia, el economista debe dominar las matemáticas, que es la lógica de las relaciones entre las cantidades.

Sabemos bien, que la economía se esfuerza en determinar de qué manera ciertas cantidades varían con la variación de otras cantidades. En tanto que las matemáticas constituyen el estudio de las relaciones entre cantidades variables, ellas constituyen el fundamento necesario de la economía. Sobre este punto creo que todo el mundo puede estar de acuerdo (incluso si se rechaza mi punto de vista que hace de la economía una rama de las matemáticas aplicadas al fenómeno rareza). Es evidente que el recurso a las matemáticas debe ser un problema de *sustancia* y no ciertamente de *forma*. Pero he aquí que cuanto yo hago nos lleva a constatar el recíproco en los estudios ricos de virtuosismo formal, pero desprovisto de toda significación económica; es éste el resultado de la atracción hacia teoremas para enamorarse de estos mismos teoremas si nosotros no queremos ser malignos y afirmar: es por el deseo "*d'épater les bourgeois*".

¿Qué es lo que se quiere de los matemáticos respecto a la investigación econométrica? Evidentemente ellos deben ayudarnos a:

a) construir modelos lo más perfectos posibles respecto a los fines de:

- a) verificación;
- β) previsión, y
- γ) decisión.

b) encontrar los datos estadísticos más satisfactorios para dichos modelos.

Por tanto, podemos decir: las *matemáticas* para la economía tienen como objeto estudiar las relaciones entre las cantidades; las *matemáticas* para la estadística tienen como objeto dar significación numérica a estos modelos.

En tanto que las matemáticas llenan estas tareas, no constituyen un carácter de la econometría, sino que representan el aparato de análisis necesario a la economía, a la estadística y, por tanto, incluso a la econometría.

Las tres sencillas observaciones que acabamos de fijar derivan del hecho de que me gustaría distinguir muy rigurosamente:

- a) la parte metodológica de la econometría, es decir, la parte dedicada a sus reglas; por tanto, la *teoría pura* de la *econometría*;
- b) la parte de sus *aplicaciones*.

Yo sé bien que el desarrollo de la parte metodológica está también

estrictamente ligado a sus aplicaciones. Es el modelo a verificar, que es en un cierto sentido la medida de la eficacia de nuestro aparato metodológico, pero pienso que debe ser muy importante mejorar esta separación.

Se me podría decir que todo esto es muy sencillo y que, en efecto, yo trato de abrir una puerta que está ya abierta. Pero permítaseme decir que esta separación, aunque se afirma en principio, no es siempre respetada en los estudios econométricos.

Me permito afirmar esto a causa de mi experiencia de editor responsable de la Revista "Metroeconómica", de la revista internacional que hemos fundado en 1948 en La Haya, en la primera sesión europea después de la guerra, de la Econometric Society.

Yo siempre tengo a este propósito un plan, quizá muy ambicioso; es éste, el de llegar a presentar:

- a) una parte *metodológica*;
- b) una parte de *aplicación*, y
- c) una parte, diría yo, de *inventario econométrico*, que debería dar cuenta periódicamente de las teorías económicas verificadas, es decir, que debería ser un *survey* de verdaderas teorías *pro tempore*.

Y ¿por qué este plan ambicioso? Por una razón muy simple. Debemos convencernos siempre, cada vez más, de que nos aproximamos a un punto de tan alta investigación que nos obliga a tomar necesidad incluso en la investigación económica del principio de la división y, como consecuencia, del principio también de la asociación del trabajo.

El dominio *econométrico* es el punto de encuentro del economista y del estadístico. Ellos tienen una base científica común: el conocimiento de las matemáticas; pero es preciso prestar atención al hecho de que sus orígenes diferentes les hacen (salvo algún caso excepcional) completos a medias. Si la construcción del modelo pertenece más (yo lo digo en sentido relativo) al economista, su desarrollo numérico está naturalmente más ligado al trabajo del estadístico. Esto puede aclarar muchos malentendidos, por no hablar de celos de investigación.

La Econometría es de hoy en adelante de una edad superior a los treinta años. Su posición en el dominio científico es cada vez más notable. El porvenir está en alza si sabe permanecer siempre fiel a su fin fundamental: *hacer completo el proceso de formación de toda teoría*, que, como hemos dicho, debe pasar por los dos estados siguientes:

- a) deducción pura de una hipótesis, y
- b) su verificación numérica.

ERALDO FOSSATI

He aquí el punto concluyente sobre la econometría de un economista, que tiene el gran honor de hablaros en estos días en esta gloriosa Universidad, tan rica de historia y de valores. Si este punto concluyente merece vuestro recuerdo, guardadlo; si no, consideradlo como un residuo de su origen en tanto que es de un economista.

ERALDO FOSSATI

*Catedrático de la Universidad de Génova*