

## ¿QUE ES LA UTILIDAD? (\*) (1)

*«Cuando yo empleo una palabra», dijo Humpty Dumpty en un tono más bien sarcástico, «significa exactamente lo que yo escojo, que signifique, ni más ni menos».*

*«La cuestión es», contestó Alicia, «si puedes hacer que las palabras signifiquen tantas cosas diferentes.»*

*«La cuestión es, cuál ha de prevalecer. Eso es todo», replicó Humpty Dumpty.*

*«Lewis Carrol, Through the Looking Glass.»*

En la "Utilidad y ¿qué más?" (2), sir Dennis Robertson examina la sugerencia de que el juego resulte consistente con la hipótesis de que los individuos elijan entre alternativas que impliquen riesgo, como si persiguiesen maximizar la utilidad esperada tratando de aumentar la utilidad marginal de la renta para algunos órdenes de rentas. Se pregunta entonces, si la aceptación de esta sugerencia tal como la exponemos Savage y yo, o en forma modificada, Markowitz, o quizá cualquier otra variación sobre el mismo tema... ¿acabaría con todo el problema? Dicho de otro modo ¿continúa siendo la ley de la utilidad marginal decreciente de la renta el único obstáculo para que aceptásemos el principio de la maximización de la expectativa matemática de la renta como una explicación total de la acción representativa, o por lo menos de la acción racional frente a la incertidumbre? No lo creo. Permítaseme suponer que la utilidad marginal de la renta es invariable, de forma que no existe discrepancia entre la expectativa matemática de la renta y la expectativa

---

(\*) La versión al castellano ha sido realizada por Agustín Cotorruelo Sendagorta y autorizada por la revista *The Economic Journal*.

(1) Estoy muy agradecido a sir Dennis Robertson por corregir en una versión previa de esta nota una interpretación equivocada mía de su argumento y, asimismo, a L. J. Savage por interesantes comentarios. ¿Necesitaré recordar al lector el distinguido antecedente en el empleo de la cita que encabeza esta nota (D. H. Robertson, *Money*, Cap. II)?

(2) *Economic Journal*, diciembre de 1954, págs. 665-78.

matemática de la utilidad derivada de aquélla (3). Me parece probable que encontrásemos gente a quienes agradase afrontar la incertidumbre, en tanto que a otros les desagradase; que el señor A prefiriese la certeza de 75 £ a una probabilidad igual de 50 ó 100 £, y el señor B lo contrario... Por esta razón, es decir, porque ignoran los placeres y las penas de la incertidumbre "per se", estoy menos entusiasmado de lo que debería hallarme por la demostración favorable al cardinalismo que suponen los razonamientos de N. y M., y F. S..." (4).

Sir Dennis, cuando supone que la *utilidad* marginal de la renta es invariable, emplea la misma palabra que nosotros usamos al figurarnos que el individuo maximiza la *utilidad* esperada; pero esta palabra tiene significaciones muy diferentes en los dos textos. Para nosotros, si el señor A. prefiere la certidumbre de 75 £ a una oportunidad equivalente de 50 £ y 100 £, ello significa exclusivamente —de acuerdo con la definición de utilidad incorporada a la hipótesis de la utilidad esperada—, que la hipótesis de una utilidad marginal invariable es equivocada; para el señor A., la utilidad marginal de la renta es decreciente en las proximidades de 75 £. Si el señor B. prefiere lo contrario, entonces —y de nuevo, según la definición que hemos aceptado como parte de la hipótesis— la utilidad marginal debe ser para él, decreciente. Alternativamente, si la uti-

(3) Dudo del significado exacto de esta frase en dos aspectos: 1.º Puesto que la expectativa matemática de la renta (llamémosla I) es en unidades monetarias, digamos £; y la expectativa matemática de la utilidad (llamémosla  $\bar{U}$ ) en unidades de utilidad —estas dos magnitudes— no son, en general, directamente comparables. ¿Qué significa decir que no hay discrepancia entre cierto número de libras y cierto número de "útiles"?  $\bar{U}$  y la utilidad de I son comparables, o I y la suma que tenga una utilidad igual a  $\bar{U}$  o las elecciones que se efectuarán por un individuo según qué pretendiese maximizar I o  $\bar{U}$ ; pero no son comparables I y  $\bar{U}$ . 2.º ¿Cómo interpretar "derivada de"? Parece a primera vista que equivale a "derivada de la expectativa matemática de la renta", pero esto no puede ser cierto si "derivada" modifica a "expectativa o utilidad"; la utilidad de una suma igual a I es un simple número, por lo que tiene poco sentido hablar de su expectativa matemática. Para la renta, la expectativa matemática en cuestión es la expectativa matemática de la distribución de probabilidad de la renta; para la utilidad, es la expectativa matemática de una correspondiente distribución de probabilidad de la utilidad.

(4) *Economic Journal*, diciembre de 1954, pág. 674.

lidad marginal de la renta es invariable para el señor A. y para el señor B. —en el sentido que damos a estos términos—, entonces el señor A. y el señor B. se mostrarán indiferentes entre 75 £ y una oportunidad equivalente de 50 £ y 100 £. Porque dentro de los términos de referencia de la hipótesis de la utilidad esperada, la utilidad no es más que la cantidad cuyo valor esperado tratan de maximizar los individuos. No existe fuente exterior de información sobre su conducta.

Para sir Dennis, por otra parte, la proposición de que la utilidad marginal de la renta es invariable para el señor A., y la de que el señor A. prefiere la certeza de 75 £ a una probabilidad equivalente de 50 £ ó 100 £, son, en apariencia, dos proposiciones independientes. Se deduce que la primera proposición se deriva, o puede derivarse, de una información distinta que las elecciones del señor A. entre alternativas que supongan riesgo; y que se verá si cuando se derive de tal forma, puede utilizarse para predecir sus elecciones. No está en absoluto claro para mí cuál es la fuente exterior de información sobre la utilidad marginal, o qué prueba consideraría sir Dennis, que contradice su hipótesis provisional de que la utilidad marginal es invariable. Lo que parece claro es que la utilidad, tal como la emplea en su ejemplo hipotético, es algo diferente de la utilidad tal como la empleamos nosotros.

La tendencia que acabo de señalar, en la que se pone de manifiesto que la palabra utilidad significa cosas distintas para unas u otras personas sin que se reconozca la diferencia explícitamente, aclara en gran parte el por qué de la copiosa e insatisfactoria literatura sobre la mensurabilidad de la utilidad. La utilidad se emplea como si su significado fuese evidente, "per se", y no dependiese del texto, así como del propósito para el que se utilice, reflejo del fracaso en admitir que un concepto usado en la interpretación de fenómenos observables no tiene sentido independiente de las operaciones específicas para medirlo. Por ejemplo, la "longitud" es la propiedad de una cosa a la cual se asigna un número mediante la operación de tender una regla a lo largo de aquélla. "Inteligencia" es la propiedad de una persona a la cual se la asigna un número mediante la operación de calcular una "prueba de inteligencia". "Utilidad" es aquella propiedad de una cosa (para una persona) a la que se le asigna un número mediante uno u otro conjunto de

operaciones. Nunca se insistirá bastante en que hasta tanto nos limitemos a la interpretación de fenómenos observables, ningún concepto tiene otro significado aparte de tal definición, aunque el mismo término puede muy bien emplearse en un sentido diferente fuera de este dominio restringido, de donde resulta, por supuesto, la confusión a la que nos hemos referido (5).

Desde este punto de vista, le pregunta "¿Es la utilidad medible?" carece de sentido, estrictamente interpretada. Si con palabras de Humpty Dumpty "escojo" que la palabra utilidad "signifique" aquella propiedad de la situación de una persona en la vida, que se mide por el producto del número de cabellos de su cabeza y el número de libros de su biblioteca, entonces la utilidad es medible por una escala que es única, tanto con respecto al origen como a la unidad de medida. Las cuestiones relevantes son más bien: 1.ª Si una definición particular de la utilidad es útil, y 2.ª Cuáles son las propiedades del conjunto de números (u otras señales identificadoras) generados por las operaciones englobadas en tal definición.

La confusión entre "utilidad" como un concepto neutral, que es sencillamente una palabra sumario de un conjunto particular de operaciones (hipotéticas) y como un concepto cargado de valor que tiene cierta conexión con la política social, es fundamentalmente sólo un ejemplo moderno de la observación de John Neville Keynes, que "la confusión entre ellas (ciencia positiva, ciencia normativa y arte) está muy encendida y ha sido origen de muchos errores perjudiciales" (6). Pero, sin duda, refleja también defectos de exposición por parte de aquellos de nosotros que han escrito sobre la materia en su aspecto "positivo". Al parecer, no hemos aclarado con éxito la diferencia entre la definición de la utilidad de un lado y la hipótesis empírica cuya aceptación hace a la definición útil, de otro, seguramente porque no hemos sido lo suficientemente explícitos al señalar dónde termina la definición y empieza la hipótesis. A continuación se expone una separación totalmente explícita de las dos.

---

(5) Esta postura la defiende el doctor Ellsberg en "Classic and Current Notions of Measurable Utility", *Economic Journal*, septiembre de 1954, páginas 528-56.

(6) *The Scope and Method of Political Economy* (Londres Macmillan, 1891) pág. 35.

*Definición de la Utilidad de la Renta para una persona particular.*

1. Se escogen dos rentas arbitrarias, por ejemplo, 100 £ y 1.000 £ (o más en general,  $I_1$  y  $I_u$ , donde  $I_1$  es la menor de las dos).

2. Se asigna el número 0 a 100 £ ( $I_1$ ) y el número 1 a 1.000 £ ( $I_u$ ).

3. Se asigna un número a otra renta cualquiera, por ejemplo, una renta de  $I$ , ofrézcase al individuo en cuestión una elección (hipotética) entre ( $\alpha$ ), la certidumbre de  $I_1$  y ( $\beta$ ) una probabilidad  $1 - P$  de  $I_2$  y  $P$  de  $I_3$ . Varíese  $P$  hasta que se halle un valor  $P = p$  para el cual al individuo le sea indiferente ( $\alpha$ ) o ( $\beta$ ).

a) Si la renta  $I$ , a la cual se ha de asignar el número, es mayor que 1.000 £ ( $I > I_u$ ), póngase  $I_1 = 1.000$  £ ( $I_u$ ),  $I_2 = 100$  £ ( $I_1$ ),  $I_3 = I$ , y asígnese el número  $1/p$  a  $I$ .

b) Si  $I$  está entre 100 £ y 1.000 £ ( $I_1 < I < I_u$ ), hágase  $I_1 = I$ ,  $I_2 = 100$  £ ( $I_1$ ),  $I_3 = 1.000$  £ ( $I_u$ ), y asígnese el número  $p$  a  $I$ .

c) Si  $I$  es menor que 100 £ ( $I < I_1$ ), póngase  $I_1 = 100$  £ ( $I_1$ ),  $I_2 = I$ ,  $I_3 = 1.000$  £ ( $I_u$ ), y asígnese el número  $\frac{p}{1-p}$  a  $I$ .

4. Al número así asignado a cada renta se le llamará la *utilidad* de esa renta; y al conjunto de números la *función de la utilidad*.

*Comentarios sobre la definición.*

En sentido estricto, lo expuesto no es una definición, sino una familia de definiciones, una por cada pareja de valores  $I_1$  y  $I_u$ . No hay nada en la definición que asegure que los números obtenidos partiendo de un par de valores de  $I_1$  e  $I_u$ , por ejemplo, 100 £ y 1.000 £, tendrán una relación especificable partiendo de otro par, por ejemplo, 10.000 £ y 100.000 £, exactamente igual que no hay nada en la definición de longitud que asegure que los números obtenidos utilizando una regla de madera, tendrán una relación especificable con los obtenidos empleando una regla de aluminio (como no la tendrían con los obtenidos usando una regla de caucho flexible).

De la hipótesis empírica, acorde con la mencionada definición, se desprende que el conjunto de números obtenidos, eligiendo otro par de valores en el paso 1, será el mismo que los obtenidos utilizando 100 £ y 1.000 £, excepto para el origen y la unidad de medida, de forma que la palabra "arbitrario" puede incluirse en el paso núm. 1, en lugar de un par particular de valores (véase más abajo). Este es el sentido en el que la definición proporciona una *utilidad* que es "medible y capaz de sufrir una transformación lineal".

### *Hipótesis empírica*

De un conjunto de distribuciones de la renta de probabilidad alternativa, un individuo escogerá aquélla para la cual, la expectativa matemática de la utilidad (la expectativa matemática de los números asignados a la renta por la definición precedente) sea la mayor si existe tal distribución; si no, elegirá una del grupo de dos o más distribuciones que tienen iguales expectativas matemáticas de utilidad y mayores que para cualquier distribución que no se halle en el grupo.

### *Comentarios sobre la hipótesis empírica*

Supongamos que asignamos números a todas las rentas, empezando con rentas de 100 £ y 1.000 £ en el paso 1 de la definición, y supongamos que la hipótesis empírica es válida. A partir de estos números podemos predecir las elecciones que habría efectuado el individuo si hubiésemos comenzado desde otro par arbitrario y, por tanto, podemos predecir el conjunto de números que se habrían asignado si hubiésemos comenzado desde otro par. Así es como podemos probar las afirmaciones del segundo párrafo precedente.

Si las alternativas que pueden considerarse como utilizables por el individuo, fuesen solamente aquellas empleadas en calcular la utilidad, la hipótesis sería un tautología como la definición. Tiene contenido empírico porque las alternativas incluyen una gama más amplia de las utilizadas en calcular la utilidad, es decir, alternativas abarcando tres posibles rentas con probabilidades  $p$ ,  $p'$  y  $1-p-p'$ .

La definición y la hipótesis emplean el término no definido "probabilidad". Se ha efectuado así únicamente por sencillez. Puede darse una definición de probabilidad en términos de elecciones individuales que sea estrictamente paralela a la dada para utilidad, con lo que la hipótesis se ampliará en la forma correspondiente (7).

"Pero lo que me cuesta comprender", escribe sir Dennis, después de los párrafos citados al principio de esta nota, "es por qué los mismos F. y S. se preocupan tanto de proclamar que sus resultados no comportan, en absoluto, "implicaciones de bienestar", ni aún para el individuo. Yo dudo mucho que hayan dado a luz al niño que dicen, aunque si fuera así yo le recibiría con los brazos abiertos. Ellos, habiendo como creen dado a luz al niño, están inclinados a no llamarle por su verdadero y honorable nombre: Utilidad, temiendo sugerir, que dicha denominación sea de algún interés normativo. Seguramente en esta negación de la paternidad van demasiado lejos."

La hipótesis empírica que acabo de exponer tan brevemente, puede ser aceptable o no; sucederá tal vez, que las elecciones observadas de los individuos se desviarán de las predichas con la suficiente poca frecuencia, o en cantidades lo bastante pequeñas para que se justifique la aceptación de la hipótesis empírica, por lo menos de momento; o puede ocurrir que las desviaciones sean tan frecuentes y tan grandes como para que se justifique el rechazar la mencionada hipótesis empírica. El que se acepte o rechace puede muy bien afectar a las predicciones que hagamos sobre los efectos observables de una u otra dirección de la política social, y la confianza que concedamos a tales predicciones. En este sentido, su aceptación o repudio es claramente "de algún interés normativo". Pero no me arrepiento de creer que su aceptación o repudio no tienen relación con el criterio por el que juzgamos deseables o no las implicaciones predichas. ¿Se me va a pedir que cambie mi postura moral, ética, normativa de bienestar —o cualquier otra palabra que pueda emplearse para tales absolutos— según que la experiencia al utilizar la hipótesis nos conduzca a aceptarla, rechazarla o modificarla? Alternativamente, ¿mi voluntad o predispo-

---

(7) Véase L. J. Savage, *The Foundations of Statistics* (Nuevo York: Wiley, 1954), especialmente el capítulo 3.

sición de aceptar, rechazar o modificar una hipótesis sobre fenómenos observables, sería determinada o alterada por mi postura ética y filosófica? Dudo que sir Dennis esté dispuesto realmente a contestar a estas preguntas afirmativamente, a pesar de que de su párrafo citado más arriba parece deducirse que sí.

La ciencia es la ciencia, y la ética es la ética; ambas son necesarias para formar un hombre completo; pero el no mantenerlas separadas y distintas, y tratar de imponer los absolutos de la ética sobre los relativos de la ciencia, sólo puede originar confusión, equívoco y desacuerdo.

Empleando otra vez palabras de Humpty Dumpty: "¡Es de lo más irritante", dijo finalmente, "cuando una persona no distingue una corbata de un cinturón!"

Milton FRIEDMAN  
Universidad de Chicago