La equidad distributiva y la estructura óptima de los precios públicos (*)

MARTIN S. FELDSTEIN (**)

Varios artículos recientes (William Baumol y David Bradford, Abba Lerner, Avinash Dixit) han vuelto a exponer las reglas, originalmente deducidas por Frank Ramsey y M. Boiteux, para la optimalización de precios en una empresa pública que produce varios bienes y que ha de satisfacer una restricción presupuestaria. Ni los artículos de Ramsey y Boiteux, ni las discusiones más recientes, tratan directamente los importantes aspectos distributivos de la fijación de precios públicos. Realmente, Ramsey desarrolla su estudio como una derivación de la exacción óptima de impuestos exigidos de un solo individuo. Boiteux especifica su análisis para incluir una redistribución global óptima de la renta, así como la fijación óptima de precios para los bienes producidos públicamente. Los artículos más recientes han limitado también su análisis a la determinación de precios que logran una eficiencia paretiana.

En la práctica, la redistribución global óptima es imposible, y el aspecto distributivo de la fijación de precios públicos es una importante consideración política. La regla de Ramsey-Boiteux resulta, por ello, inadecuada. El presente artículo amplía estos recientes resultados acerca de la fijación de los precios de la empresa pública incorporando explícitamente la equidad distributiva (1).

I. LA CARACTERISTICA DISTRIBUTIVA Y LA FIJACION OPTIMA DE PRECIOS

Basta considerar una empresa pública que produce dos bienes (2) y los vende a los precios P_1 y P_2. Sea $S(P_1, P_2, y)$ el excedente del consumidor

* Publicado inicialmente bajo el título: "Distributional Equity and the Optimal Structure of Public Prices", en *American Economic Review*, marzo 1972.

** Traducción de L. Martín Oar.

(1) Esta cuestión es también considerada por Herbert Mohring y Peter Diamond y James Mirrlees. La educación [30], de Mohring, pág. 703, y la ecuación [65] de Diamond y Mirrlees, pág. 266, son exposiciones alternativas equivalentes de la condición de optimalidad de primer orden de la ecuación [4] del presente artículo.

(2) El problema de la fijación de precios en horas punta o en temporadas punta es, por supuesto, un caso especial de fijación de precios para diferentes bienes.

tradicional de una família con una renta y, con la que puede adquirir los bienes a los precios P_1 y P_2. Representemos la distribución de las rentas familiares mediante la función de densidad "relativa" $f(y)$. Por ej., si hay N familias en la población abastecida, el número de éstas, situadas en un pequeño intervalo alrededor de y_0, es $Nf(y_0)\,dy$. Por último, designemos por $U'(y)$ la utilidad social marginal de un dólar para una familia de renta y (3). Se supondrá que la utilidad marginal de la renta de una familia no es afectada por los precios cargados por la empresa pública. Esta aproximación parece justificada para cualquier aplicación práctica (4).

La apropiada función de bienestar a maximizar es la suma de los excedentes del consumidor de las familias, ponderada por la utilidad social marginal de la renta de la correspondiente familia (5):

$$W = N \int_0^\infty S(P_1, P_2, y)\; U'(y) f(y)\, dy \qquad [1]$$

W ha de maximizarse sometida a la restricción de que ingreso menos coste de producción sea igual a un montante especificado B. Si $q_i\,(P_1, P_2, y)$ es la cantidad de bien i adquirido por una familia de renta y (6), la cantidad total vendida del bien i es:

$$Q_i = N \int_0^\infty q_i(P_1, P_2, y) f(y)\, dy \qquad [2]$$

(3) El término "utilidad social marginal" se utiliza aquí para expresar la derivada de la función de bienestar social respecto a la renta de la familia. Dado que existen solamente un número finito de familias, esta derivada está bien definida; la función de densidad continua $f(y)$ y las integrales asociadas definidas más adelante han de considerarse como aproximaciones.

(4) La constancia de $U'(y)$ para cada familia permite realizar el análisis en términos de excedente del consumidor, sin especificar ninguna definición Hicksiana particular. También hace razonable suponer que el argumento de la función de utilidad social marginal es la renta monetaria; p. ej., que $U'(y)$ no se ve afectado por cambios de P_1 y P_2. Puesto que sólo las condiciones de primer orden son relevantes, el análisis puede desarrollarse, sin utilizar el excedente del consumidor, trabajando con la función indirecta de utilidad; este enfoque es el seguido en mi próximo artículo acerca de la fijación de precios de bienes públicos intermedios.

(5) Esto supone que, para los otros bienes a los que se transfiere la demanda marginal, no hay excedente del productor o impuesto sobre consumos específicos: véase Dixit, A. D. Harberger y Lerner.

(6) Esto supone implícitamente que todos los demás precios permanecen constantes.

Siendo $C\ (Q_1, Q_2)$ el coste total de la producción, la función a maximizar es la expresión de Lagrange:

$$Z = W + \lambda\ [P_1 Q_1 + P_2 Q_2 - C\ (Q_1, Q_2) - B] \qquad [3]$$

Para obtener las condiciones de primer orden para un máximo, hacemos uso de la expresión: $\delta S\ (P_1, P_2, y)/\delta P_i = q_i\ (y)$, cantidad de bien i adquirida por una familia de renta y. Las condiciones básicas de primer orden pueden escribirse:

$$\frac{\delta Z}{\delta P_1} = -N \int_0^\infty q_1(y)\ U'(y)\ f(y)\ dy + \lambda \left[Q_1 + P_1 \frac{\delta Q_1}{\delta P_1} + \right.$$

$$\left. + P_2 \frac{\delta Q_2}{\delta P_1} - m_1 \frac{\delta Q_1}{\delta P_1} - m_2 \frac{\delta Q_2}{\delta P_1} \right] = 0 \qquad [4\,a]$$

$$\frac{\delta Z}{\delta P_2} = -N \int_0^\infty q_2(y)\ U'(y)\ f(y)\ dy + \lambda \left[P_1 \frac{\delta Q_1}{\delta P_2} + Q_2 + \right.$$

$$\left. + P_2 \frac{\delta Q_2}{\delta P_2} - m_1 \frac{\delta Q_1}{\delta P_2} - m_2 \frac{\delta Q_2}{\delta P_2} \right] = 0 \qquad [4\,b]$$

en donde $m_i = \delta C/\delta Q_i$, coste marginal del bien i.

Un concepto útil para la introducción de consideraciones acerca de la equidad distributiva en el análisis de precios y tasas óptimas es la "característica distributiva" de un bien. La característica distributiva del bien i queda definida mediante el ratio:

$$R_i = \frac{N}{Q_i} \int_0^\infty q_i(y)\ U'(y)\ f(y)\ dy \qquad [5]$$

El ratio R_i es una media ponderada de las utilidades marginales sociales, en donde la utilidad marginal social de cada familia viene ponderada por su propio consumo del bien i. El clásico supuesto del bienestar de que $U'(y)$ decrece al crecer y implica que el valor R_i será mayor para un bien de primera necesidad que para un bien de lujo. Cuanto mayor sea la elasticidad de la demanda de un bien con respecto a la renta, menor será el valor de R_i. La próxima sección representa un intento de hacer de R_i una medida operativa. Primero, sin embargo, deducimos varios resultados que no dependen de ninguna representación paramétrica específica de R_i.

Las ecuaciones [4 *a*] y [4 *b*] pueden expresarse en funciones de las R_i y simplificarse representando las elasticidades de los precios mediante la expresión:

$$\epsilon_{ij} = \frac{\delta Q_i}{\delta P_j} \frac{P_j}{Q_i}$$

y empleando la relación de Slutsky:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji} \; P_j Q_j / P_i Q_i \quad (7)$$

Las condiciones de primer orden quedan entonces:

$$R_1 = \lambda \left[1 + \epsilon_{11} \frac{(P_1 - m_1)}{P_1} + \epsilon_{12} \frac{(P_2 - m_2)}{P_2} \right] \qquad [6\,a]$$

$$R_2 = \lambda \left[1 + \epsilon_{21} \frac{(P_1 - m_1)}{P_1} + \epsilon_{22} \frac{(P_2 - m_2)}{P_2} \right] \qquad [6\,b]$$

Pudiendo resolverse explícitamente para obtener los tipos relativos de "beneficio" o "carga":

$$\frac{(P_1 - m_1)/P_1}{(P_2 - m_2)/P_2} = \frac{\epsilon_{22}\,(R_1 - \lambda) - \epsilon_{12}\,(R_2 - \lambda)}{\epsilon_{11}\,(R_2 - \lambda) - \epsilon_{21}\,(R_1 - \lambda)} \qquad [7]$$

En el caso particular en que las características distributivas sean irrelevantes, p. ej., $R_1 = R_2$, la ecuación [7] da lugar a la expresión básica de Ramsey:

$$\frac{(P_1 - m_1)/P_1}{(P_2 - m_2)/P_2} = \frac{\epsilon_{22} - \epsilon_{12}}{\epsilon_{11} - \epsilon_{21}} \qquad [8]$$

(7) El uso de la relación compensada de la demanda de Slutsky, $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji} P_j Q_j / P_i Q_i$; ignora el efecto renta. Si éste se tiene en cuenta, la cantidad $\alpha_1 S_1 (R_2 - \lambda) - \alpha_2 S_2 (R_1 - \lambda)$, donde α_i es la elasticidad de la demanda respecto a la renta, y S_i la parte de renta gastada en el bien *i*, ha de añadirse al numerador y restarse del denominador en el lado derecho de la ecuación [7]. Dado que puede esperarse que S_1 y S_2 sean muy pequeñas y la diferencia ponderada lo sea todavía más, esta corrección por el efecto renta parece verosímil que no tenga importancia práctica.

Si, además, las elasticidades cruzadas son nulas ($\epsilon_{21} = \epsilon_{12} = 0$), obtenemos la conocida ley de que los tipos de carga han de ser inversamente proporcionales a las propias elasticidades de precios.

La definición de R_1 en la ecuación [5] muestra lo distinto que resulta el que las características distributivas sean irrelevantes. Las R_1 y R_2 sólo serán iguales si: 1) la utilidad social marginal de la renta es la misma para todas las familias, o 2) las cantidades relativas adquiridas de los bienes son las mismas para todas las familias, o 3) se producen compensaciones extremadamente improbables de diferencias en cantidad y utilidades sociales. En general, por lo tanto, los precios óptimos relativos reflejarán R_1, R_2 y λ. Dado que λ es el "precio fantasma" de la restricción presupuestaria ($\delta Z/\delta B = -\lambda$), los precios óptimos relativos dependerán del volumen de déficit o superávit que la empresa está obligada a tener. Esto contrasta con la regla de Ramsey (ecuación [8]) en donde los precios relativos no cambian con variaciones en la restricción presupuestaria.

En el caso particular de elasticidades de demanda cruzadas nulas ($\epsilon_{12} = 0$), es sencillo presentar una interpretación intuitiva del papel de las características distributivas y la restricción presupuestaria. La ecuación [7] implica así:

$$\frac{(P_1 - m_1)/P_1}{(P_2 - m_2)/P_2} = \frac{\epsilon_{22}(R_1 - \lambda)}{\epsilon_{11}(R_2 - \lambda)} \qquad [9]$$

Este ratio de "tipos de carga" o "beneficios relativos" óptimos es producto de: 1) un factor de eficiencia (el cociente de elasticidades de los precios de Ramsey), y 2) un factor de equidad distributiva. Puesto que $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ es positivo, los tipos relativos de carga o beneficio varían con los correspondientes R_i, p. ej., cuanto más se concentre el consumo del bien en las familias de baja renta, más bajo sería el precio relativo de ese bien. La ecuación [9] (y, con mayor generalidad, la ecuación [8]) proporciona una precisa exposición de cómo habrían de modificarse los precios de eficiencia de Ramsey-Boiteux para reflejar el principio de equidad distributiva.

La derivada del ratio de carga óptima de la ecuación [9] con respecto a λ:

$$\frac{\delta}{\delta \lambda} \frac{(P_1 - m_1)/P_1}{(P_2 - m_2)/P_2} = \frac{\epsilon_{22}(R_1 - R_2)}{\epsilon_{11}(R_2 - \lambda)^2} \qquad [10]$$

muestra que un incremento (o decremento) de λ eleva (o reduce) el precio relativo del bien 1 si R_1 es mayor que R_2; p. ej., si el consumo del bien 1 está más concentrado en familias de baja renta que el consumo del bien 2.

Puesto que λ es el "precio fantasma" de la restricción presupuestaria, un incremento del superávit requerido eleva λ. Por consiguiente, al elevarse el superávit requerido (o al decrecer el subsidio), el precio del bien con más baja elasticidad con respecto a la renta se eleva con respecto al del bien de mayor elasticidad (8). Las familias de más baja renta contribuyen con una participación mayor en el ingreso total al establecer un mayor superávit.

II. UNA MEDIDA OPERATIVA DE LA CARACTERISTICA DISTRIBUTIVA

Esta sección sugiere cómo puede derivarse una expresión operativa explícita para la característica distributiva, adoptando formas paramétricas razonables para las tres relaciones funcionales en cuyos términos se define R_i:

$$R_i = \frac{N}{Q_i} \int_0^\infty q_i(y)\, U'(y) f(y)\, dy = \frac{N \int_0^\infty q_i(y)\, U'(y) f(y)\, dy}{N \int_0^\infty q_i(y) f(y)\, dy} \qquad [11]$$

Primero, sean las relaciones de demanda con elasticidad de demanda, con respecto a la renta, constante:

$$q_i(y) = b_i\, y^{\alpha_i} \qquad [12]$$

Una función de elasticidad constante de la utilidad social marginal:

$$U'(y) = y^{-\eta} \qquad [13]$$

proporciona una conveniente representación uniparamétrica del criterio normativo de bienestar (9). Cuanto mayor sea el valor de η, más igualitaria será la función de bienestar social implícita. Además, puesto que esta forma implica que un incremento del 1 por 100 en la renta se asocia con un

(8) Este cambio en los precios relativos no implica nunca que el bien más barato pase a ser el más caro, a no ser que el R_i más bajo pase a ser el más alto.

(9) Esta función de utilidad marginal isoelástica implica que la función de utilidad es también isoelástica después de la eliminación de una constante arbitraria. Esta forma ha sido muy común en el estudio del crecimiento óptimo.

decremento del η por 100 en la utilidad social marginal, el valor de η tiene una interpretación intuitivamente natural.

Estos dos supuestos implican que:

$$R_i = \frac{\int_0^{\infty} y^{\alpha_i - \eta} f(y)\, dy}{\int_0^{\infty} y^{\alpha_i} f(y)\, dy} \qquad [14]$$

o,. mediante un cambio de variable de la renta "y" a "log y":

$$R_i = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{(\alpha_i - \eta)\log y} g(\log y)\; d(\log y)}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha_i \log y} g(\log y)\; d(\log y)} \qquad [15]$$

Las dos integrales son equivalentes a funciones generatrices de momentos para la variable log y, con parámetros: $\alpha_i - \eta$ Y α_i.

La distribución de la renta puede aproximarse muy bien mediante la distribución lognormal. Esta aproximación es particularmente conveniente en el presente contexto. Ello implica:

$$R_i = \frac{e^{(\alpha_i - \eta)\overline{Y} + \frac{1}{2}(\alpha_i - \eta)^2 \sigma_y^2}}{e^{\alpha_i \overline{Y} + \frac{1}{2}\alpha_i^2 \sigma_y^2}} = e^{\eta \overline{Y} + \frac{1}{2}(\eta^2 - 2\alpha_i \eta)\sigma_y^2} \qquad [16]$$

en donde $\overline{Y}$ y σ_y^2 son la media de la varianza de log y. La distribución lognormal implica asimismo una única relación entre los dos primeros momentos de log y, y los dos primeros momentos de y. La característica distributiva puede, por tanto, expresarse como:

$$R_i = \left[\overline{Y}^{-\eta} (1 + V)^{\frac{1}{2}\eta(1+\eta)} \right] (1 + V)^{-\eta \alpha_i} \qquad [17]$$

en donde $\overline{Y}$ es la media de la renta y V es la varianza relativa $V = \sigma^2_y/\overline{Y}^2$. La ecuación [17] muestra que la característica distributiva para cada bien puede expresarse como producto de dos términos, uno de los cuales depende de los parámetros de la distribución de la renta, pero no de la demanda del bien. Este término general

$$\left[\overline{Y}^{-\eta} (1 + V)^{\frac{1}{2}\eta(1+\eta)} \right]$$

en función decreciente del nivel medio de renta, y función creciente de su desigualdad relativa. Es de hecho igual al valor de utilidad de un dólar distribuido uniformemente entre todas las familias, por ejemplo:

$$\overline{Y}^{-\eta} (1 + V)^{\frac{1}{2}\eta(1+\eta)} = \int U'(y) f(y)\, dy$$

De mucho mayor interés en el presente contexto resulta el término que es específico para cada bien $(1 + V)^{-\alpha_i \eta}$. Este muestra que un bien con una elasticidad de la demanda respecto a la renta más alta tiene un valor relativamente más bajo de R_i. Una mayor desigualdad de la renta en la población (V) o una función de bienestar más igualitaria (p. ej., un mayor valor de η) reduce R_i para cualquier valor de α_i, y hace que los R_i resulten más sensibles a las características distributivas.

Si las aproximaciones sugeridas en esta sección son consideradas satisfactorias para un problema particular, la ecuación [17] proporciona un método sencillo para calcular cada R_i en términos de parámetros de distribución de renta asequibles ($\overline{Y}$ y α^2_y), de una elasticidad de la demanda respecto a la renta fácilmente estimable (α_i) y del criterio normativo de distribución (η). Los precios óptimos pueden entonces calcularse resolviendo las ecuaciones [6 *a*] y [6 *b*] y la restricción presupuestaria de la ecuación [3] (10).

---

(10) Las elasticidades de los precios de la ecuación [6] no pueden permanecer constantes si la relación básica de Slutsky ha de satisfacerse. La ecuación [6] es correcta para los valores de la elasticidad que predominan en el punto de óptimo. En la práctica, los valores constantes pueden ser una aproximación adecuada dentro de los pertinentes límites. En caso contrario, ha de considerarse alguna otra estructura más general de la demanda. Véase A. P. Barten.

III. CONCLUSION

El breve examen realizado en este artículo ha indicado cómo pueden ser incluidas consideraciones de equidad distributiva, explícita y operativamente, en la determinación de los precios óptimos en empresas públicas o industrias intervenidas. Un cierto número de cuestiones han sido dejadas sin respuesta. Por ejemplo, ¿cómo habrían de fijarse los precios de bienes que se venden a empresas industriales más que a familias?, ¿qué normas de fijación de precios son adecuadas si se permite la discriminación de precios y las tarifas escalonadas? (11) ¿y cómo habría de modificarse la regla de fijación de precios óptimos si la demanda se desvía hacia bienes gravados o producidos por empresas públicas? El crecimiento del Sector Público y la creciente preocupación por la equidad distributiva hace importante el desarrollo de una teoría más compleja de la fijación de precios públicos que incluya consideraciones de equidad distributiva.

REFERENCIAS

A. P. Barten: *Consumer Demand Functions Under Conditions of Almost-Additive Preferences,* "Econometrica", enero 1964, 32, 1-38.

W. J. Baumol y D. F. Bradford: *Optimal Departures from Marginal Cost Pricing,* "Amer. Econ. Rev.", junio 1970, 60, 265-83.

M. Boiteux: *Sur la gestion des Monopoles Publics astreints à l'équilibre budgétaire,* "Econometrica", enero 1956, 24, 22-40.

P. A. Diamond y J. A. Mirrlees: *Optimal Taxation and Public Production: II Tax Rules,* "Amer. Econ. Rev.", junio 1971, 61, 261-78.

A. K. Dixit: *On the Optimum Structure of Commodity Taxes,* "Amer. Econ. Rev.", junio 1970, 60, 295-301.

M. S. Feldstein: *Equity and Efficiency in Public Sector Pricing: The Optimal Two-part Tariff,* "Quart. J. Econ.". Próximo.

— *The Pricing of Public Intermediate Goods,* "J. Publ. Econ.". Próximo.

A. C. Harberger: *Taxation, Resource Allocation and Welfare,* en J. Due, ed., *The Role of Direct and Indirect Taxes in the Federal Revenue System.* Princeton, 1964.

J. R. Hicks: *Value and Capital,* 2d. ed., New York, 1946.

A. P. Lerner: *On Optimal Taxes with an Untaxable Sector,* "Amer. Econ. Rev.", junio 1970, 60, 284-94.

H. Mohring: *The Peak Load Problem with Increasing Returns and Pricing Constraints,* "Amer. Econ. Rev.", septiembre 1970, 60, 693-705.

F. Ramsey: *Contribution to the Theory of Taxation,* "Econ. J.", marzo 1927, 37, 47-61.

---

(11) Véase Feldstein para la teoría de la tarifa óptima de dos partes y una aplicación concreta.