

Cuadro XVI
PUNTOS DE EQUILIBRIO DEL MONOPOLIO

Años	Precio observado	Precio del máximo de ingresos brutos	Precio de rendimiento máximo	Elasticidad de la demanda para el precio observado	Elasticidad de la demanda para el precio de rendimiento máximo
	(2)	(3)	(4)	η	η_m
(1)	Pesetas por kilogramo	Pesetas por kilogramo	Pesetas por kilogramo	(5)	(6)
1922	15,294 8	16,017 2	18,710 3	0,914	1,401
1923	15,334 8	16,004 4	18,625 8	0,920	1,392
1924	15,563 5	17,154 0	19,655 0	0,830	1,341
1925	15,389 7	17,483 7	19,920 2	0,786	1,324
1926	15,418 8	17,359 2	19,793 5	0,799	1,326
1927	15,593 9	17,271 0	19,674 1	0,824	1,323
1928	15,703 0	16,686 2	19,062 9	0,889	1,332
1929	15,917 1	16,710 3	19,087 6	0,909	1,332
1930	15,980 7	16,980 1	19,368 8	0,889	1,327
1931	16,106 2	17,246 1	19,738 6	0,876	1,338
1932	17,427 1	17,119 2	19,550 5	1,037	1,331
1933	17,854,6	16,838 0	19,269 2	1,129	1,338
1934	18,033 2	16,936 9	19,423 7	1,138	1,344

Como resultado de este análisis aparece claramente que la Administración no ha considerado el Monopolio de tabacos con carácter exclusivamente fiscal, dirigido a la obtención del producto máximo de la Renta, o bien ocurre que efectúa con gran retraso la adaptación de los precios, y cuando lo hace, apenas pasa del punto en que son máximos los ingresos brutos, pero sin llegar nunca a las condiciones del mayor rendimiento líquido.

Por último, en el *cuadro XVII* se reúnen los elementos para la comparación del producto líquido obtenido del Monopolio durante los años 1922 a 1934 y el correspondiente a las condiciones de máximo rendimiento ¹⁾.

Como vemos, el punto de equilibrio hubiera proporcionado un aumento en el rendimiento de no pequeña importancia, sobre todo en el período anterior a la última elevación de las tarifas, y para los trece años de 1922 a 1934 importa un total que se acerca a la cifra no despreciable de 230 millones de pesetas.

¹⁾ Debemos advertir que para los cálculos hemos utilizado la función formada con las observaciones de los trece últimos años, cuyo coeficiente de regresión parcial entre el consumo de tabaco y el precio «real» del mismo es mayor, en valor absoluto, que el correspondiente a las observaciones de veintiocho años, y, por tanto, los puntos de equilibrio han sido obtenidos con los elementos que dan soluciones más bajas. Las cifras que presentamos como incremento posible del rendimiento constituyen, pues, una evaluación mínima de dicho aumento.

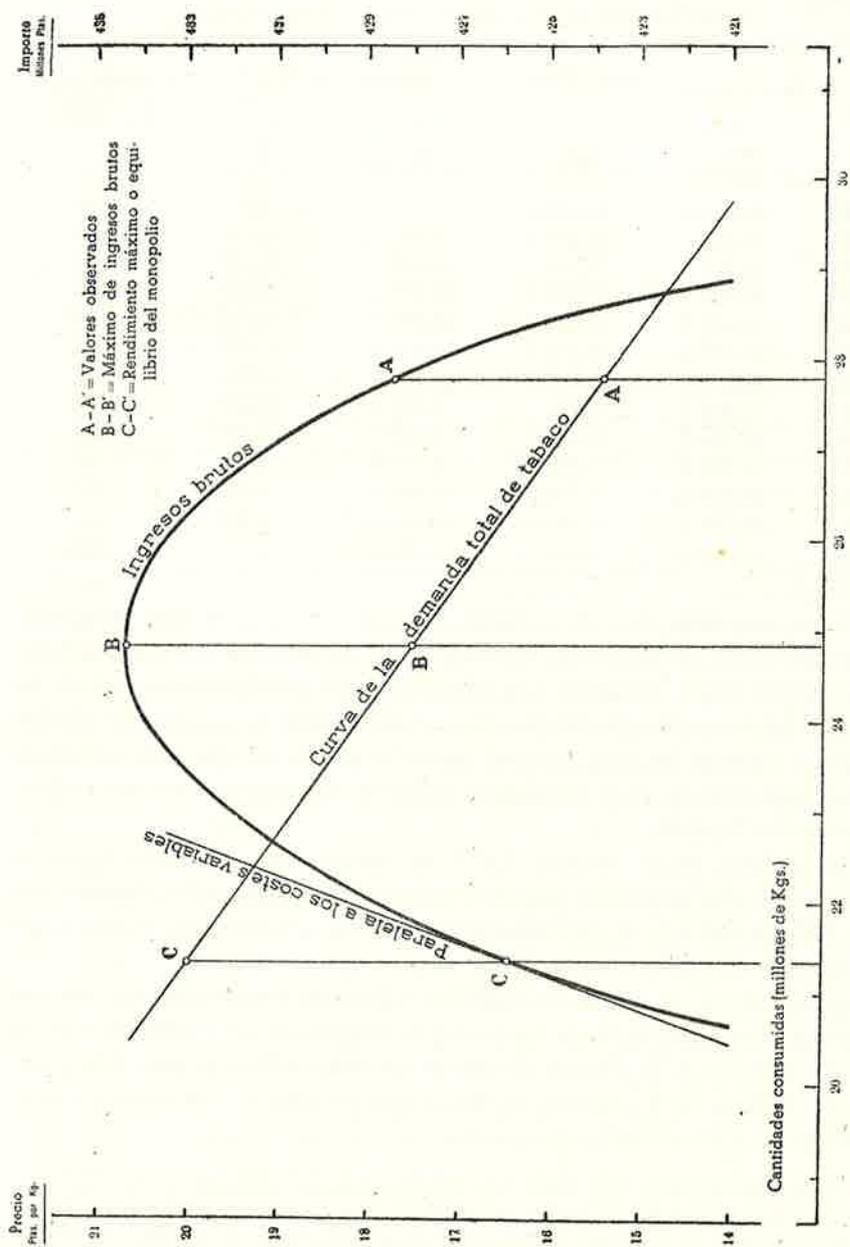


Fig. 3.—Características del Monopolio de Tabacos en 1925.
Las ordenadas de la curva de demanda representan precios en pesetas por kilogramo (escala vertical de la izquierda); las de la curva de ingresos brutos, recaudaciones en millones de pesetas (escala vertical de la derecha).

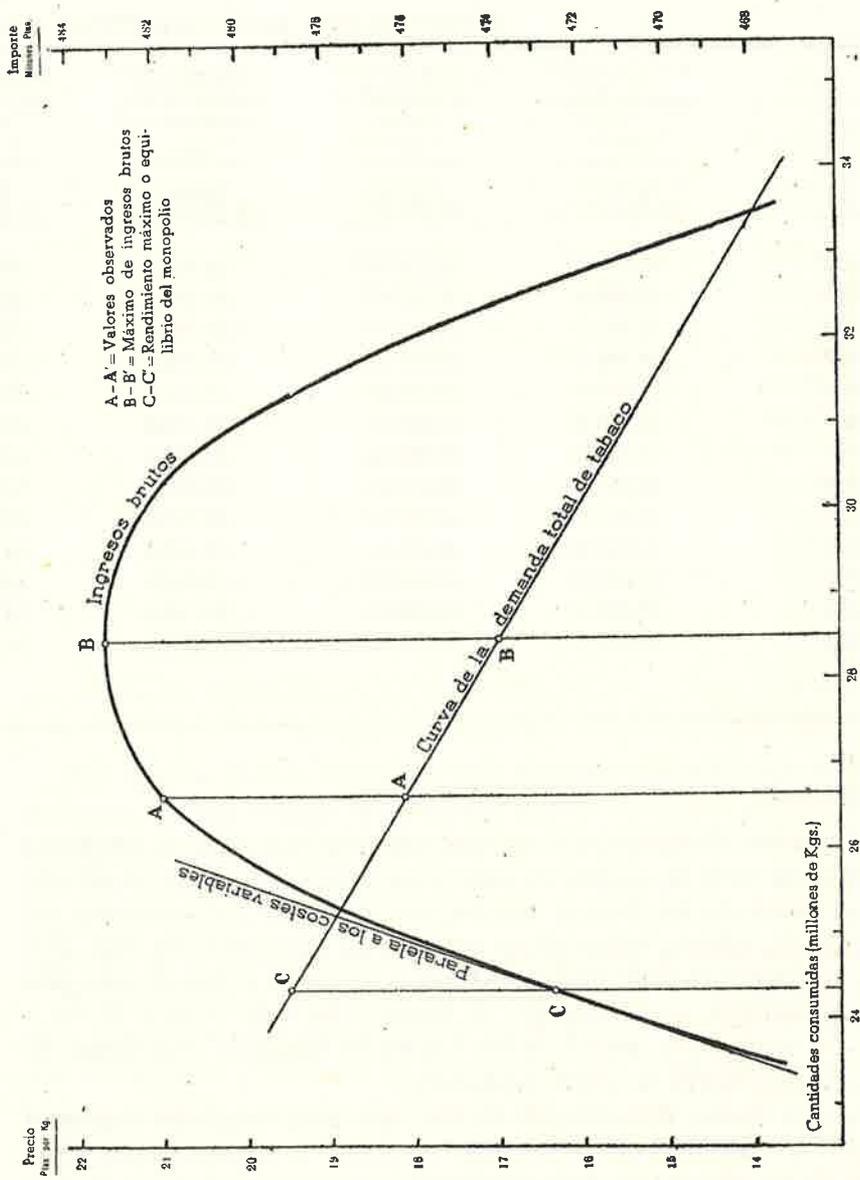


Fig. 4.—Características del Monopolio de Tabacos en 1934
(Según las mismas indicaciones dadas para la figura 3.)

Cuadro

AUMENTO DEL RENDIMIENTO AL PASAR AL

Años	Precio observado	Precio de rendimiento máximo	Consumo calculado al precio observado	Consumo al precio de rendimiento máximo
	(2)	(3)	(4)	(5)
(1)	Pesetas por kilogramo	Pesetas por kilogramo	Millares de kilogramos	Millares de kilogramos
1922	15,294 8	18,710 3	24 936,6	19 847,0
1923	15,334 8	18,625 8	25 357,2	20 352,3
1924	15,563 5	19,655 0	26 731,9	20 896,9
1925	15,389 7	19,920 2	27 816,7	21 379 6
1926	15,418 8	19,793 5	28 135,0	21 757,5
1927	15,599 3	19,674 1	28 341,9	22 245,2
1928	15,703 0	19,062 9	28 294,1	22 913,9
1929	15,917 1	19,087 6	28 473,7	23 316,1
1930	15,980 7	19,368 8	29 046,0	23 572,5
1931	16,106 2	19,738 6	29 149,2	23 390,3
1932	17,427 1	19,550 5	27 236,8	23 796,6
1933	17,854 6	19,269 2	26 586,8	24 209,7
1934	18,033 2	19,423 7	26 685,4	24 342,9

Conclusión

El análisis científico de la realidad española nos permitió establecer la demanda total de tabaco en cada año, y, por otro lado, el estudio de los costes de las labores nos ha completado el conocimiento del mercado de tabaco, todas cuyas principales características han quedado debidamente determinadas. Además, como la venta de este producto constituye un Monopolio de Estado, ha sido posible llevar a cabo su examen por medio de los esquemas que para esta forma de mercado suministra la teoría económica.

De este modo, llenando los moldes que tales esquemas representan con las características obtenidas mediante la consideración sistemática de la realidad, se logra profundizar en el conocimiento de ésta y comparar los estados observados con las demás configuraciones que el mercado hubiera podido adoptar, dentro de la permanencia de las circunstancias en que se desenvuelve.

XVII
PUNTO DE EQUILIBRIO DEL MONOPOLIO

Reducción del consumo para el precio de rendimiento máximo (6)=(4)-(5)	Importe del consumo calculado al precio observado (7)=(2)×(4)	Importe del consumo para el precio de rendimiento máximo (8)=(3)×(5)	Reducción de los costes de las labores por la del consumo (9)	Aumento del rendimiento (10)=(8)+(9)-(7)
Millares de kilogramos	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas
5 087,6	381 369,7	371 343,3	27 403,3	17 376,9
5 004,9	388 847,6	379 077,9	26 239,7	16 470,0
5 835,0	416 041,9	410 728,6	29 187,3	23 874,0
6 437,1	428 090,7	425 885,9	31 368,0	29 163,2
6 377,5	433 807,9	430 657,1	31 049,5	27 898,7
6 196,7	442 113,8	437 654,3	29 782,6	25 323,1
5 380,2	444 302,3	436 805,4	25 574,8	18 077,9
5 157,6	453 218,7	445 084,4	24 522,8	16 352,5
5 473,5	464 186,6	456 571,0	26 149,1	18 533,5
5 758,9	469 482,8	461 691,8	28 708,1	20 917,1
3 440,2	474 658,4	465 235,4	16 728,3	7 305,3
2 377,1	474 696,7	466 501,6	11 558,6	3 363,5
2 342,5	481 223,2	472 829,2	11 650,7	3 256,7
Aumento del rendimiento en los 13 años.....				227 912,4

Por ello ha podido efectuarse con singular aproximación la determinación de los puntos de ingresos brutos máximos y de máximo rendimiento neto, con la posibilidad no sólo de comparar la marcha real del Monopolio con la que hubiera correspondido a su dirección según un criterio exclusivamente fiscal, sino también de evaluar el aumento en el producto líquido que en tal caso se habría alcanzado.

El análisis de la realidad no se limita, pues, a meras descripciones, sino que obtiene las características propias de determinados fenómenos económicos y formula las conexiones que ligán sus propios elementos entre sí y con los factores de que dependen. A su vez, el estudio de dichas características a la luz proyectada por la teoría económica, nos proporciona los elementos para juzgar la conducta seguida por la Administración en la dirección del Monopolio y fundamenta normas aplicables a las orientaciones que deban implantarse en el porvenir.

Refiriéndonos más concretamente a los resultados de nuestra investigación, podemos subrayar que en el supuesto admitido en nuestro esquema teórico, a saber, que el consumo de tabaco es función del precio del mismo, de la renta de que viven los consumidores y de los precios de las demás mercancías, los resultados numéricos a que llega el cálculo teórico describen las variaciones que aquel consumo ha experimentado en la realidad española con una aproximación del 96 o del 92 por 100, según consideremos una u otra de las dos regresiones calculadas.

Por tanto, después de considerar el número, no pequeño, de casos estudiados, no es aventurado afirmar que conocemos la ley numérica a que obedece el consumo de tabaco en España, ley que nos permite calcular el que en cualquiera de los años observados hubiera correspondido a un precio distinto (con tal de que no distase mucho de los que abarcan las observaciones) y, lo que es mucho más importante, predecir el consumo para un año futuro en el que se diesen por conocidos el precio del tabaco, la renta individual media y el índice de precios.

Como sabemos, el tabaco no constituye una mercancía uniforme, sino que está diversificado en gran número de clases y formas de presentación; nuestro precio medio es la media aritmética de los precios de todas esas clases y formas, ponderada según las cantidades respectivamente consumidas. La Administración del Monopolio puede variar cada uno de los precios particulares e incluso todos ellos en la misma o en diferente proporción, pero el análisis de los efectos producidos por las elevaciones generales de las tarifas pone de relieve que si la elevación de éstas no se determina después de un cuidadoso ajuste, los efectos obtenidos pueden ser opuestos a los buscados.

Toda elevación de tarifas produce un desplazamiento del consumo hacia las clases inferiores, pues los consumidores tienen que optar entre la reducción de las cantidades adquiridas o su sustitución por calidades más bajas, y en parte se deciden por lo último. Pero la intensidad del desplazamiento puede ser muy distinta, como se observa al comparar las dos elevaciones generales estudiadas. En la de 1.º de febrero de 1911 se produjo un empobrecimiento del consumo en tal cuantía que el precio medio resultante en dicho año fué inferior al del año precedente y hubo que hacer un nuevo reajuste de las tarifas, que aun así sólo produjo en el precio medio una elevación inferior a la mitad de la introducida en los precios particulares. En cambio, la elevación de tarifas de 1.º de abril de 1932 produjo un desplazamiento

del consumo mucho menor, pues el precio medio se elevó en más de dos tercios del aumento general de precios de la tarifa.

No nos hemos limitado al estudio del consumo global de tabaco sino que, eliminando simplificaciones para aproximarnos más a la realidad, hemos separado en el consumo dos clases, las comunes y las finas, para dejar determinada la función que liga el de cada una de ellas a los siguientes factores: su precio, el precio de la otra clase, la renta individual media y el índice de precios. El grato resultado de que las leyes obtenidas para describir tales funciones se ajusten a las condiciones teóricas con aproximación muchísimo mayor que en las demás investigaciones que conocemos, se debe, indudablemente, a que en ningún otro caso se han considerado artículos que se sustituyen entre sí con tanta exclusividad como las dos clases de tabaco.

Por último el examen de las situaciones observadas de consumo y precios y su comparación con las que hubieran producido para la Renta el máximo rendimiento, pone de manifiesto que durante los años 1922 a 1931 los precios fueron bastante más bajos que los correspondientes al rendimiento máximo, mientras que en los años 1932, 1933 y 1934 tal diferencia se redujo considerablemente.

En nuestra *figura 3*, que expresa gráficamente las características del Monopolio en 1925, se ve que el precio medio fué de 15,40 pesetas por kilogramo, mientras que el rendimiento máximo se hubiera logrado con el precio de 19,92 pesetas por kilogramo, con un aumento para la Renta superior a los 29 millones de pesetas. En cambio, después de la elevación de tarifas del año 1932, los posibles incrementos de rendimiento neto se redujeron a poco más de tres millones anuales, según refleja la *figura 4* para el año 1934. Se deduce, pues, de este examen que si el criterio seguido por la Administración ha sido exclusivamente fiscal, el ajuste de precios se ha llevado con gran retraso y no ha llegado al límite máximo; en el período que va de 1922 a 1934 hubiera podido aumentar en más de dos centenares de millones de pesetas el rendimiento del Monopolio. Ahora bien, puede no haber interesado alcanzar dicho límite, por estimarse excesivo el sacrificio que entrañaría para la población fumadora aquel criterio rigurosamente fiscal; el aumento del rendimiento provocado por la elevación del precio habría supuesto una reducción muy importante en la cantidad de tabaco consumida por la población española.

De todas formas, creemos que nuestro trabajo demuestra sin lugar a duda la necesidad y la posibilidad de que un Monopolio de Estado de tal importancia sea dirigido con un conocimiento sistemá-

tico de los factores que lo integran o que con él se relacionan, para que las finalidades perseguidas en el orden fiscal y en el de la política económica general del país puedan alcanzarse con la eficacia que proporciona la ciencia económica moderna.

Nuestras palabras finales serán para acentuar cómo nuestro trabajo, lo mismo que cualquier otro que explore la realidad económica española, no ha podido menos que encontrar la característica fundamental de la misma, o sea la enorme diferencia entre la capacidad adquisitiva de la población agrícola y la de la no agrícola. El dinero gastado en tabaco por el habitante «urbano» es cerca de cuatro veces más que el empleado por el «rural». La necesidad de elevar el nivel de vida de la enorme masa campesina se hace evidente a todo aquél que se pare a considerar la vida económica española, cualquiera que sea el punto de vista en que se coloque.

José CASTAÑEDA

APENDICES

A. La función de la demanda y la teoría del equilibrio económico ¹⁾

A fines del siglo XVIII y principios del XIX, varios economistas, como Pietro Verri, L. M. Valeriani y Francesco Fuoco, coincidían en admitir la fórmula

$$[1] \quad P = \frac{D}{O}$$

en la que P es el precio, D la demanda y O la oferta de una mercancía.

También coincidía en ello J. B. Say cuando decía «El precio de una mercancía, ¿no baja en proporción de cuanto más ofrecida es, y no sube en proporción de cuanto es más demandada?»

Pero fué Cournot quien puntualizó que era una trivialidad afirmar que el precio de una mercancía descendía con el aumento de su oferta, y una inexactitud sostener que el precio y la cantidad ofrecida variaban en razón inversa, en el sentido matemático de la frase. A cada precio de una mercancía hay una cantidad ofrecida y otra demandada de la misma. Por tanto, en lugar de la [1] Cournot pudo formular esta relación estableciendo la ley de la demanda como función

$$[2] \quad D = F(p),$$

en la que p expresa el precio de la mercancía y D la cantidad demandada durante un período de tiempo determinado.

Sin embargo, como la cantidad que se demanda de un bien no sólo varía según el precio de ese artículo, sino también con las variaciones

¹⁾ Buena parte de este Apéndice recoge varios puntos de la obra de HENRY SCHULTZ, *The Theory and Measurement of Demand*, Chicago, 1938, que hemos completado con la aplicación, en forma que creemos inédita, del instrumento «relación marginal de sustitución», introducido por varios autores, principalmente por Hicks.

El gran economista americano H. Schultz, que dedicó casi toda su labor científica al estudio teórico de la función de la demanda y a la determinación estadística de la correspondiente a diversos artículos, publicó, con anterioridad al libro arriba citado, numerosos trabajos, aparecidos principalmente en el *Journal of Political Economy*, y los dos siguientes libros:

Statistical Laws of Demand and Supply. Chicago, 1928.

Der Sinn der statistischen Nachfragekurven. Bonn, 1930.

Sobre estos dos libros y los artículos aludidos se toman las referencias hechas a la obra de Schultz al determinar nosotros la función de demanda del tabaco en España, porque entonces no se había publicado aún el extenso y brillantísimo libro de Schultz primeramente indicado.

de los precios de los demás, Walras dió otro paso de avance al establecer como función de la demanda

$$[3] \quad D_1 = F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n),$$

en la que D_1 representa la cantidad demandada de la mercancía 1, que no sólo depende de su precio p_1 , sino también de los precios de las demás mercancías.

La función [2] de Cournot, que Marshall ha estudiado con gran brillantez, puede considerarse como caso particular de la [3] si sólo varía el precio de la mercancía respectiva. Así proceden los economistas clásicos y neoclásicos, que en su equilibrio parcial prescinden de la consideración de las variables que no intervienen directamente. Se ha tratado de defender esta posición alegando que no hacía más que aplicar el principio «coeteris paribus». Pero debe observarse que la legítima aplicación de tal principio exigiría tener en cuenta que la ley de variación entre la cantidad y el precio de una mercancía, obtenida bajo la condición de la constancia de las demás variables, sería diferente según cuáles fueran los valores dados a estas últimas. Es decir, que para cada conjunto de valores atribuidos a los precios considerados como constantes se obtendría una función diferente para la relación que liga la cantidad demandada de una mercancía y su precio.

Un estudio más profundo de la función de la demanda lleva a efectuar su entronque con la teoría general del equilibrio económico, cuyo mérito hay que discernir a Pareto, por sus artículos publicados en 1892 y 1893 en el *Giornale degli Economisti* ¹⁾.

Como es sabido, el equilibrio general de Pareto se basa en la aplicación de las funciones índices de utilidad, obtenidas mediante la asignación de cualquier escala arbitraria de preferencia a las variedades de indiferencia, con tal de que se mantenga en el sentido debido la dirección de la preferencia.

Si designamos por x, y, z, \dots las cantidades que en el punto de equilibrio posee el individuo o unidad económica considerada; por p_x, p_y, p_z, \dots los respectivos precios; por r la renta del individuo o unidad económica; por $\varphi(x, y, z, \dots)$ la función índice de utilidad, y por m la utilidad marginal de la moneda, la ecuación de balance y las representativas de la Segunda ley de Gossen, o ley de las utilidades marginales ponderadas, de Jevons y Walras, toman la forma

$$[4] \quad \left\{ \begin{array}{l} p_x x + p_y y + p_z z + \dots = r \\ - p_x m + \varphi_x = 0 \\ - p_y m + \varphi_y = 0 \\ - p_z m + \varphi_z = 0 \\ \dots \end{array} \right.$$

¹⁾ Recogidos más tarde en su «Manuel» y en la «Economie Mathématique» de la Enciclopedia de Gauthier y Teubner.

El sistema de ecuaciones [4] se deriva respecto a la renta, suponiendo que los precios se mantienen constantes. Así se obtiene:

$$[7] \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 = p_x \frac{\partial x}{\partial r} + p_y \frac{\partial y}{\partial r} + p_z \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\ 0 = -p_x \frac{\partial m}{\partial r} + \varphi_{xx} \frac{\partial x}{\partial r} + \varphi_{xy} \frac{\partial y}{\partial r} + \varphi_{xz} \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\ 0 = -p_y \frac{\partial m}{\partial r} + \varphi_{yx} \frac{\partial x}{\partial r} + \varphi_{yy} \frac{\partial y}{\partial r} + \varphi_{yz} \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\ 0 = -p_z \frac{\partial m}{\partial r} + \varphi_{zx} \frac{\partial x}{\partial r} + \varphi_{zy} \frac{\partial y}{\partial r} + \varphi_{zz} \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\ \dots \end{array} \right.$$

Los coeficientes del sistema [7] son los mismos que los del [5] y, por tanto, idénticas las matrices de los coeficientes de las incógnitas. Pueden, pues, despejarse

$$[8] \quad \begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial r} &= -\frac{M_{11}}{M} \\ \frac{\partial x}{\partial r} &= \frac{M_{21}}{M} \\ \frac{\partial y}{\partial r} &= \frac{M_{31}}{M} \end{aligned}$$

Si los valores [8] se introducen en las ecuaciones [6] se obtiene

$$[9] \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial m}{\partial p_y} = -y \frac{\partial m}{\partial r} - m \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial p_y} = -y \frac{\partial x}{\partial r} + m \frac{M_{32}}{M} \\ \frac{\partial y}{\partial p_y} = -y \frac{\partial y}{\partial r} + m \frac{M_{33}}{M} \end{array} \right.$$

Como en las ecuaciones [9] sólo varían los índices, pueden considerarse como una ecuación general, que es debida a Slutsky. Hicks subraya su importancia, y por eso la llama «ecuación fundamental de la teoría del valor». Esta ecuación, al expresar el efecto que en la demanda de una mercancía produce la variación del precio de la misma o de otra, lo descompone en dos efectos parciales, el efecto-renta, representado por el primer término, y el efecto de sustitución, represen-

tado por el término segundo. El efecto de sustitución, o efecto directo, es el que resultaría del cambio en el precio, si entre tanto la renta real se mantuviera aparentemente constante. El efecto-renta, o cambio indirecto, es el que resulta de la variación que en la renta real introduce la modificación del precio.

Las ecuaciones segunda y siguientes del sistema [4] pueden escribirse en la conocida forma

$$\frac{\varphi_x}{p_x} = \frac{\varphi_y}{p_y} = \frac{\varphi_z}{p_z} = \dots = m.$$

Si la función índice de utilidad φ fuera sustituida por cualquier función de la misma, o sea por $F(\varphi)$, esas ecuaciones subsistirían, porque todos los numeradores vendrían multiplicados por un mismo factor F' , lo mismo que m , que no es más que la utilidad marginal de la moneda. En consecuencia, el sistema [4] es invariante al sustituir la función índice por cualquier función de la misma. De igual modo, si φ no fuera una función índice, sino la propia función de utilidad, la invariancia referida expresaría que las ecuaciones subsistirían cualquiera que fuera la función arbitraria elegida como índice y, por tanto, quedaban liberadas estas ecuaciones de la restricción que supondría basarlas en la medición de la utilidad ¹⁾. Los determinantes de los sistemas [5] y [7] permanecen también invariantes con la misma sustitución de φ por $F(\varphi)$, ya que se derivan de [4] y quedan, pues, completamente libres de igual limitación. La invariancia de los determinantes quedaría también demostrada si se efectuase la sustitución, por la expresión resultante, de cada una de la segundas derivadas que constituyen los elementos del Hessiano M_{11} .

Con la invariancia de los determinantes de los sistemas [5] y [7] queda demostrada la invariancia de la ecuación [9], y libre ésta de los supuestos de medición de la utilidad. Sin embargo, por si todavía quedara alguna duda sobre la legitimidad del empleo de la función φ , vamos a prescindir de ella y a expresar la función de la demanda según otros elementos que no sean las funciones índices de utilidad.

Para ello haremos uso del moderno instrumento denominado «relación marginal de sustitución», cuyo fundamento se basa únicamente en la existencia de combinaciones de abastecimiento indiferentes. Las referencias absolutas a la utilidad, propias de las funciones índices (observe que decimos «referencias» y no «medidas»), son sustituidas por cocientes de utilidades marginales, es decir, por utilidades marginales relativas, y siempre pueden expresarse por relaciones entre cantidades físicas de los bienes, con un carácter, por tanto, enteramente objetivo.

¹⁾ Claro es que la función arbitraria F ha de cumplir la condición de que su derivada F' no se anule. Asimismo, para que dicha función arbitraria conserve el sentido creciente, la derivada F' ha de ser positiva.

Si llamamos R_y^x la relación marginal de sustitución de x por y , teniendo en cuenta que

$$[10] \quad R_y^x = \frac{\varphi_y}{\varphi_x} = \frac{p_y}{p_x}$$

y las análogas, podremos establecer como sistema fundamental

$$[11] \quad \left\{ \begin{array}{l} p_x x + p_y y + p_z z + \dots = r \\ p_y = p_x R_y^x \\ p_z = p_x R_z^x \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

Derivando con relación a p_y resulta

$$-y = p_x \frac{\partial x}{\partial p_y} + p_y \frac{\partial y}{\partial p_y} + p_z \frac{\partial z}{\partial p_y} + \dots$$

$$1 = p_x \frac{\partial R_y^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_y} + p_x \frac{\partial R_y^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p_y} + p_x \frac{\partial R_y^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p_y} + \dots$$

$$0 = p_x \frac{\partial R_z^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_y} + p_x \frac{\partial R_z^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p_y} + p_x \frac{\partial R_z^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p_y} + \dots$$

.....

y dividiendo todas las ecuaciones por p_x y teniendo en cuenta la [10] tendremos

$$[12] \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{-y}{p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_y} + R_y^x \frac{\partial y}{\partial p_y} + R_y^x \frac{\partial z}{\partial p_y} + \dots \\ \frac{1}{p_x} = \frac{\partial R_y^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_y} + \frac{\partial R_y^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p_y} + \frac{\partial R_y^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p_y} + \dots \\ 0 = \frac{\partial R_z^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_y} + \frac{\partial R_z^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p_y} + \frac{\partial R_z^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p_y} + \dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

Análogamente podemos derivar respecto a la renta el sistema [11], de lo que resulta

$$\begin{aligned}
 1 &= p_x \frac{\partial x}{\partial r} + p_y \frac{\partial y}{\partial r} + p_z \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\
 0 &= p_x \frac{\partial R_y^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + p_x \frac{\partial R_y^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + p_x \frac{\partial R_y^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\
 0 &= p_x \frac{\partial R_z^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + p_x \frac{\partial R_z^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + p_x \frac{\partial R_z^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} + \dots
 \end{aligned}$$

.....

Y dividiendo, como anteriormente, todas las ecuaciones por p_x obtenemos

$$[13] \left\{ \begin{aligned}
 \frac{1}{p_x} &= \frac{\partial x}{\partial r} + R_y^x \frac{\partial y}{\partial r} + R_z^x \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\
 0 &= \frac{\partial R_y^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial R_y^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial R_y^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} + \dots \\
 0 &= \frac{\partial R_z^x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial R_z^x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial R_z^x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} + \dots
 \end{aligned} \right.$$

.....

Los sistemas [12] y [13] tienen los mismos coeficientes. Si llamamos al determinante de dichos coeficientes D

$$D = \begin{vmatrix}
 1 & R_y^x & R_z^x & \dots \\
 \frac{\partial R_y^x}{\partial x} & \frac{\partial R_y^x}{\partial y} & \frac{\partial R_y^x}{\partial z} & \dots \\
 \frac{\partial R_z^x}{\partial x} & \frac{\partial R_z^x}{\partial y} & \frac{\partial R_z^x}{\partial z} & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{vmatrix}$$

y D_{11} , al de la matriz menor complementaria algebraica del elemento de la fila i , columna j , podremos despejar las incógnitas

$$[14] \dots \dots \dots \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial p_y} = -\frac{y}{p_x} \frac{D_{11}}{D} + \frac{1}{p_x} \frac{D_{12}}{D} \\ \frac{\partial y}{\partial p_y} = -\frac{y}{p_x} \frac{D_{21}}{D} + \frac{1}{p_x} \frac{D_{22}}{D} \end{cases}$$

.....

$$[15] \dots \dots \dots \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{p_x} \frac{D_{11}}{D} \\ \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{p_x} \frac{D_{21}}{D} \end{cases}$$

.....

Introduciendo las [15] en las [14] obtenemos en definitiva

$$[16] \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial p_y} = -y \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{1}{p_x} \frac{D_{12}}{D} \\ \frac{\partial y}{\partial p_y} = -y \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{1}{p_x} \frac{D_{22}}{D} \end{cases}$$

.....

La comparación de las [16] con las [9] demuestra en seguida que son enteramente análogas, con la subsistencia de los dos términos representativos del efecto-renta y del efecto de sustitución. Si se calculan las derivadas de las relaciones marginales de sustitución y se introducen sus expresiones en los determinantes que figuran en las [16] se pone de manifiesto que estas ecuaciones [16] y las [9] son idénticas ¹⁾.

¹⁾ La investigación que hemos hecho de la realidad española se basa, según hemos visto, en el precio medio del tabaco y en el consumo medio por habitante, partiendo de los datos que corresponden a la totalidad de la población. De ahí que, como el punto de partida es realmente el de conjunto, no hay fundamento para objetar contra la determinación de la demanda global, cualquiera que sea la opinión que se tenga respecto a la licitud del paso de los conceptos individuales—gastos, consumo, demanda, renta, etc.—a los colectivos.

APENDICE B

La determinación del importe de las ventas y de las cantidades vendidas de tabaco

IMPORTE DE LAS VENTAS DE TABACO.

La mayor dificultad para la determinación de nuestros datos—reunidos en el *cuadro I* de este trabajo, y cuya elaboración vamos a explicar aquí—estriba en la eliminación de las ventas efectuadas en Canarias y en las plazas españolas del Norte de Africa. En los estados de liquidación de la Renta correspondientes a los años anteriores a 1922 no figura ninguna referencia a tales ventas, y a partir de 1922 se indican por separado las de labores extranjeras y de Canarias efectuadas en el Norte de Africa, pero no se da ninguna información acerca de las expediciones de labores peninsulares realizadas en dichas plazas de soberanía española.

El deseo de obtener, con la precisión posible, las cifras referentes al territorio peninsular y Baleares nos ha llevado a buscar otras fuentes informativas. Entre ellas hemos encontrado los estados que con el título «Determinación por provincias de las ventas de labores peninsulares y en comisión», figuran, bajo el número 7 duplicado, en los libros de Contabilidad auxiliar de la Compañía, cuya consulta hemos de agradecer al alto personal de la misma. Se indica en dichos estados, además de la clasificación de ventas por provincias, las realizadas en Canarias, Ceuta y Melilla. Sin embargo, este elemento de información sólo puede ser utilizado hasta el año 1916, pues a partir del siguiente, y según las indicaciones que hemos podido recoger en las oficinas de la Arrendataria, han dejado de llevarse los aludidos libros de Contabilidad auxiliar. En su defecto hemos tenido que recurrir a los estados de ventas mensuales, clasificadas con arreglo a la distribución territorial de Representaciones de la Compañía, cuyas cifras constan asimismo en los estados comparativos de recaudación, publicados mensualmente. Conviene advertir que tales cifras engloban con la venta de tabacos la de envases usados, y para separar la parte correspondiente a estos últimos hay que recurrir a su total anual, que figura en los estados de liquidación de la Renta.

La clasificación de las ventas con arreglo a las Representaciones de la Compañía es motivo de que, durante algunos años, las expediciones efectuadas en Ceuta y Melilla hayan sido incluídas en las de la Representación de Málaga. Hemos intentado consultar otras informaciones más detalladas, que permitieran determinar con precisión las ventas en las plazas del Norte de Africa durante los años indicados.

sin que hayamos logrado obtener fuentes directas, único elemento que hubiéramos deseado utilizar. El error de que por esta causa se hallen afectos nuestros datos ha de ser necesariamente pequeño y no puede influir de modo sensible en los resultados de los cálculos. Precisamente se trata de los años en que menores fueron las ventas en Ceuta y Melilla, como se acredita no sólo por la circunstancia de que en el nuevo Contrato, concertado en 1921, se consignase sin dificultad la cláusula—citada al determinar el área de nuestro estudio—que faculta para retirar del Monopolio dicha zona, sino también por el texto del R. D. de 23 de mayo de 1922, que declara explícitamente lo reducido de las ventas en dichas plazas. El importe de las ventas de nuevas labores de precio más bajo, creadas de acuerdo con esta última disposición, figura ya separadamente en los estados de liquidación de la Renta correspondiente al año económico que empieza en 1.º de abril de 1922, y lo mismo se hace en los estados de años sucesivos con las ventas de labores extranjeras y de Canarias. Aunque en tales estados de liquidación no constan por separado las ventas de labores peninsulares en las plazas del Norte de España, pueden deducirse con facilidad, toda vez que en 1.º de enero de 1923 fueron creadas Representaciones de la Arrendataria en Ceuta y Melilla, y, como consecuencia, en los estados comparativos de recaudaciones mensuales, lo mismo que en los resúmenes anuales, se encuentran claramente determinadas las ventas totales en las plazas de Marruecos. Separadas posteriormente estas ciudades del Monopolio explotado por la Arrendataria, el consumo de tabaco en ellas deja de figurar en las estadísticas de la misma, salvo las remesas enviadas los años 1931 y 1932, durante la transición entre la primera y la segunda concesión, cuyo importe está incluido en los estados que utilizamos.

Con arreglo a las fuentes mencionadas han sido formados los cuadros *B I* y *B II*.

Cuadro B I
IMPORTE DEL TABACO VENDIDO
(Labores peninsulares.)

Periodos (1)	Ventas en todo el territorio nacional (2)	Ventas en Canarias y Africa (3)	Ventas en Peninsula y Baleares (4) = (2) - (3)
	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas
1901	190 195,9	55,0	190 140,9
1902	197 900,0	81,6	197 818,4
1903	200 296,7	78,6	200 218,1
1904	198 363,4	62,7	198 300,7
1905	192 270,2	42,3	192 227,9
1906	195 865,2	46,4	195 818,8
1907	197,275,0	25,4	197 249,6
1908	203 860,1	11,7	203 848,4
1909	203 837,3	71,3	203 766,0
1910	206 272,2	1,6	206 270,6
1911	197 228,8	1,7	197 227,1
1912	211 593,0	1,5	211 591,5
1913	215 374,9	—	215 374,9
1914	213 454,6	—	213 454,6
1915	211 438,8	—	211 438,8
1916	226 189,9	—	226 189,9
1917	242 412,1	—	242 412,1
1918	267 404,5	—	267 404,5
enero a marzo 1919	74 326,2	—	74 326,2
abr. 1919 a mar. 1920	277 086,7	—	277 086,7
abr. 1920 a mar. 1921	259 050,3	—	259 050,3
abr. 1921 a mar. 1922	287 921,2	—	287 921,2
abr. 1922 a mar. 1923	301 595,2	30,6	301 564,6
abr. 1923 a mar. 1924	272 540,6	760,1	271 780,5
abril a junio 1924	65 835,3	296,3	65 539,0
jul. 1924 a jun. 1925	285 195,1	996,2	284 198,9
jul. 1925 a jun. 1926	360 611,9	970,3	359 641,6
julio a dicbre. 1926	198 739,7	376,5	198 363,2
1927	389 439,3	909,6	388 529,7
1928	395 687,8	—	395 687,8
1929	404 730,8	—	404 730,8
1930	420 334,7	—	420 334,7
1931	418 700,9	127,7	418 573,2
1932	423 966,4	72,8	423 893,6
1933	432 564,9	—	432 564,9
1934	436 430,8	—	436 430,8

Cuadro B II

IMPORTE DEL TABACO VENDIDO (labores extranjeras y de comiso) Y RECAUDACION POR DERECHOS DE IMPORTACIONES DE PARTICULARES

Periodos	Labores procedentes de comiso	Labores extranjeras en comisión	Labores extranjeras. Ventas directas	Labores de Canarias	Derechos de importaciones de particulares
	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(1)	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas
1901	35,3	11 973,9	2,0	—	428,1
1902	39,8	7 215,0	14,6	—	555,3
1903	22,1	6 053,3	5,2	—	515,0
1904	63,0	4 725,2	5,8	—	496,2
1905	40,3	4 841,5	1,3	—	559,8
1906	28,9	5 435,2	—	—	554,6
1907	52,2	5 572,3	19,3	—	612,8
1908	73,6	5 636,0	7,5	—	554,2
1909	119,5	4 662,9	—	—	526,7
1910	191,8	4 971,2	0,1	194,2	511,4
1911	211,0	4 877,7	25,2	—	477,3
1912	183,2	5 141,8	11,7	—	489,0
1913	230,0	4 986,8	4,0	—	516,7
1914	222,6	5 647,4	—	—	424,3
1915	97,8	6 061,9	—	—	417,3
1916	198,6	7 349,6	—	—	462,2
1917	223,6	8 870,1	—	—	438,5
1918	172,7	11 070,2	—	—	394,9
enero a marzo 1919	65,1	2 740,7	—	—	89,1
abr. 1919 a mar. 1920	394,4	16 098,2	—	—	796,2
abr. 1920 a mar. 1921	488,4	24 619,4	23 822,8	—	2 022,3
abr. 1921 a mar. 1922	452,1	22 626,7	35 101,2	—	1 355,2
abr. 1922 a mar. 1923	459,8	21 085,2	70 159,4	—	494,6
abr. 1923 a mar. 1924	280,7	20 676,4	105 733,4	5 519,4	925,4
abril a junio 1924	47,5	5 057,0	29 590,0	3 886,1	384,2
jul. 1924 a jun. 1925	158,8	20 975,7	88 581,0	22 150,7	992,3
jul. 1925 a jun. 1926	225,2	22 168,0	23 742,8	14 986,9	878,6
julio a dicbre. 1926	85,3	11 422,1	2 120,2	4 258,1	435,2
1927	111,6	20 177,4	2 135,8	24 643,9	817,4
1928	271,3	22 736,6	2 195,4	25 061,4	638,9
1929	273,2	24 086,5	826,5	23 723,6	714,8
1930	116,1	25 753,3	398,5	24 680,7	694,9
1931	79,6	26 282,0	1 006,6	23 798,5	638,5
1932	159,0	23 864,7	479,4	15 026,7	534,0
1933	227,9	23 325,9	499,3	12 945,5	381,8
1934	195,9	25 017,5	75,4	18 424,3	349,7

El propósito de consignar los datos tal como se encuentran en las fuentes de donde proceden nos ha obligado a recoger en estos dos cuadros las cifras correspondientes a los ejercicios sociales en que se ha dividido la contabilidad de la Arrendataria, coincidentes con los ejercicios económicos de la Hacienda pública. Así ocurre que durante los años 1919 a 1926 los estados de liquidación de la Renta no se ajustan a años naturales, y no hemos encontrado ningún otro medio de información que suministre de modo directo los datos que se acomoden a ellos. A pesar de esta dificultad, como para nuestro estudio es de suma conveniencia que las cifras se refieran a análogos períodos de tiempo, vamos a sustituir, en lo que afecta a los años 1919 a 1926, las series directas de estos dos cuadros por otras series calculadas, cuyas cifras correspondan a los años naturales.

Como punto de partida para efectuar los cálculos de adaptación poseemos únicamente las cifras de ventas mensuales de labores y envases usados, que figuran en los estados comparativos de recaudación, a los que hemos aludido anteriormente. Bajo el supuesto de que dentro de cada ejercicio económico de la Compañía se ha mantenido constante la proporción de cada una de las labores en el total de las ventas, hemos calculado, por medio de un sencillo reparto proporcional, las ventas correspondientes a los períodos de tiempo en que los ejercicios económicos difieren de los años naturales ¹⁾.

¹⁾ Así, calculamos las ventas de cada uno de los grupos de labores durante el trimestre de enero a marzo de 1920, multiplicando las del ejercicio económico de abril de 1919 a marzo de 1920 por la relación $\frac{59\ 005,2}{293\ 881,2}$ entre los totales de recaudación por todas las labores y por envases usados en el período de enero a marzo de 1920 y en el de abril de 1919 a marzo de 1920. Del mismo modo calculamos las ventas en el trimestre de enero a marzo de los años 1921, 1922, 1923 y 1924. Los coeficientes de reducción, por los que hay que multiplicar las ventas de los ejercicios económicos para obtener las de dichos trimestres, son los siguientes :

	81 307,0	,,	97 620,4
1921	308 289,5		393 756,5
	89 002,3	,,	102 264,0
1922	346 505,0		404 529,3

Análogamente calculamos las ventas en el semestre de julio a diciembre de 1924, multiplicando las del ejercicio económico de julio de 1924 a junio de 1925 por la relación $\frac{209\ 127,8}{416\ 609,7}$, e igualmente obtenemos las del semestre de julio a diciembre de 1925 por multiplicación de las del ejercicio de julio de 1925 a junio de 1926 por la relación $\frac{209\ 925,4}{421\ 313,9}$. Calculadas como acabamos de indicar las ventas en los períodos señalados, obtenemos por meras adiciones y sustracciones entre ellas y las de los ejercicios económicos, las que corresponden a los años naturales.

Así hemos formado las columnas (2) a (6) del *cuadro I* con datos de los *B I* y *B II*, pero referidos, según deseábamos, a años naturales.

«VALORES» DEL TABACO IMPORTADO POR LOS PARTICULARES.

Veamos cómo se ha formado la columna (7) de dicho *cuadro I*. Además de las labores expendidas por la Arrendataria, se consumen también, según ya indicamos, las importadas directamente por los particulares mediante el pago de los derechos correspondientes, formados por los antiguos derechos de regalía más las comisiones respectivas ¹⁾. La recaudación por los expresados derechos de importación figura consignada en los estados de liquidación de la Renta incluidos en las Memorias, y las cifras se recogen en la columna (6) del *cuadro B II*. Las cifras referentes a los años 1919 a 1926 han sido sometidas al mismo artificio que las de venta de labores, con objeto de adaptarlas a los años naturales, y con los resultados se ha formado la columna (2) del *cuadro B III*, columna que comprende, por tanto, referidas a años naturales, las recaudaciones por derechos correspondientes a los tabacos importados directamente por particulares.

Como deseamos conocer el importe total del tabaco consumido anualmente en el territorio peninsular y Baleares, no podemos sumar a las cifras de las ventas de labores las que acabamos de consignar como recaudación por derechos de importación, toda vez que estas últimas no significan el valor del tabaco, sino solamente los derechos satisfechos por su importación. En la imposibilidad de obtener directamente el valor total del tabaco importado por los particulares, lo estimamos bajo el supuesto de que el beneficio que su importación produce a la Renta guarda la misma proporción con su valor que en las labores extranjeras expedidas por la Arrendataria. En la columna (3) del *cuadro B III* se recogen las cifras de recaudación por venta de labores extranjeras (obtenidas por suma de las columnas (4), (5) y (6) del *cuadro I*) y la (4) expresa los beneficios obtenidos por la venta de las mismas, tal como aparecen en los estados de liquidación incluidos en las Memorias anuales, con la aplicación del artificio señalado para adaptarlos a los años naturales. Con estos datos resulta sumamente fácil determinar el valor que lógicamente podemos atribuir al tabaco importado directamente por los particulares, cuyas cifras forman la columna (5) y son obtenidas por el sencillo cálculo proporcional $(5) = (2) \times \frac{(3)}{(4)}$. Esta columna (5) es ya homogénea con las del *cuadro I* y, por tanto, puede agregarse al mismo, formando su columna (7).

¹⁾ Contrato entre el Estado y la Compañía, de 1900, cláusula décimoquinta; Contrato de 1921, cláusula décimo octava; Reglamento para la ejecución del primero, art. 21, y Reglamento para la del segundo, arts. 58 a 72.

Cuadro B III

LABORES IMPORTADAS POR LOS PARTICULARES

Años (1)	Derechos de importación recaudados (2)	Importe de las labores extranjeras vendidas por la Arrendataria (3)	Beneficio por las labores extranjeras vendidas por la Arrendataria (4)	Valor correspondiente de las labores importadas por los particulares (5) = (2) × $\frac{(3)}{(4)}$
	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Millares de pesetas
1901	428,1	11 975,9	4 448,6	1 152,4
1902	555,3	7 229,6	3 809,0	1 054,0
1903	515,0	6 058,5	3 141,9	993,3
1904	496,2	4 731,3	2 572,2	913,0
1905	559,8	4 842,8	2 732,6	992,0
1906	554,6	5 425,2	3 391,3	888,7
1907	612,8	7 591,6	3 511,7	976,3
1908	554,2	5 643,5	3 512,1	890,5
1909	526,7	4 662,9	2 978,8	824,4
1910	511,4	5 165,5	3 331,6	798,5
1911	477,3	4 902,9	3 114,4	752,1
1912	489,0	5 153,5	3 286,5	767,2
1913	516,7	4 990,8	3 171,6	813,3
1914	424,3	5 647,7	3 160,7	757,9
1915	417,3	6 061,9	3 447,5	733,6
1916	462,2	7 349,6	4 219,7	804,8
1917	438,5	8 870,1	4 817,0	807,4
1918	394,9	11 070,2	5 750,8	760,1
1919	725,4	15 606,9	7 804,6	1 450,5
1920	1 649,6	38 915,7	19 792,2	3 243,5
1921	1 539,7	55 658,6	29 186,1	2 936,2
1922	1 062,3	83 451,0	49 817,7	1 779,5
1923	926,9	121 199,2	78 205,6	1 436,4
1924	1 116,2	137 998,4	92 029,2	1 673,8
1925	932,0	95 936,6	62 895,2	1 421,6
1926	876,0	48 355,0	28 559,7	1 483,2
1927	817,4	46 957,1	26 694,4	1 437,9
1928	638,9	49 993,5	25 792,3	1 238,5
1929	714,8	48 636,6	24 732,9	1 405,6
1930	694,9	50 832,4	25 831,3	1 367,4
1931	638,5	51 087,1	26 207,1	1 244,7
1932	534,0	39 370,7	20 899,4	1 005,9
1933	381,8	36 770,8	19 769,8	710,2
1934	349,7	43 517,2	23 533,2	646,8

CANTIDADES VENDIDAS DE TABACO.

Veamos ahora cómo se han recogido las cifras referentes a las cantidades físicas del tabaco consumido, condensadas en el *cuadro II* de este trabajo. Por lo que toca a las cantidades expendidas de labores peninsulares, las Memorias anuales de la Arrendataria contienen las cifras respectivas, que reproducimos en la columna (2) del *cuadro B IV*. Estas cifras deben ser corregidas, análogamente a como hicimos con las de la recaudación, restándoles las que corresponden a ventas efectuadas para Canarias y Norte de Africa. Tomamos de los ya citados estados número 7 duplicado de la contabilidad auxiliar de la Compañía las cifras de corrección para los años 1901 a 1916, que consignamos en la columna (3) de este *cuadro B IV*. Desde el año 1917 en adelante, como quiera que dejaron de formarse los estados aludidos, no poseemos ninguna fuente directa de información, por lo que hemos de recurrir al artificio de suponer que el precio medio de las labores peninsulares vendidas para Canarias, Ceuta y Melilla era el mismo que el de las expendidas en el territorio a que se extiende el Monopolio. Bajo este supuesto ha podido efectuarse el reparto proporcional, con cuyos resultados hemos completado dicha columna (2). A la vista de ellos puede apreciarse que el error que hayamos podido introducir por el supuesto de igualdad del precio medio es insignificante, toda vez que las cantidades consumidas en Canarias y Norte de Africa son muy pequeñas en relación con las totales. En la columna (4) del *cuadro B IV*, obtenida restando la (3) de la (2), tenemos, pues, las cantidades de labores peninsulares vendidas en el territorio comprendido en nuestro estudio.

Con objeto de obtener las cantidades vendidas durante los años naturales, que son las que pueden servir para nuestros propósitos comparativos, sometemos las cifras de esta columna (4), referentes a los años comprendidos entre el 1919 y el 1926, a las mismas transformaciones de que hicimos objeto a las cifras de recaudación. Como no poseemos indicaciones mensuales ni trimestrales de las cantidades de tabaco vendidas, las calculamos partiendo de las cifras de recaudación, lo que es tanto como aceptar la constancia del precio medio dentro de todo el año económico, supuesto éste que no puede introducir errores de consideración. Aplicamos, por tanto, los mismos coeficientes que utilizamos en la determinación de las cifras recaudadas, y con ellos calculamos las cantidades de tabaco correspondientes a los trimestres o semestres necesarios para hacer el paso de los ejercicios presupuestarios a los años naturales. Con los resultados hemos formado la columna (2) del *cuadro II*.

Respecto a las ventas de las labores procedentes de comiso, no tenemos ninguna referencia directa de las cantidades físicas, por lo cual las deducimos según las cantidades recaudadas, suponiendo el mismo precio medio que para las labores peninsulares, en el año de que se trate, lo cual se halla justificado porque en su venta las labores decomisadas son asimiladas a las peninsulares. La columna (3)

del *cuadro II* reúne las cantidades vendidas de las labores procedentes de comiso, calculadas según acabamos de referir.

Cuadro B IV
CANTIDADES DE TABACO VENDIDAS
(Labores peninsulares.)

Periodos	Labores peninsulares sin extranjero (2)	Labores peninsulares en Canarias y África (3)	Labores peninsulares en Península y Baleares (4) = (2) - (3)
(1)	Millares de kilogramos	Millares de kilogramos	Millares de kilogramos
1901	16 660,0	6,8	16 593,2
1902	17 329,3	10,2	17 319,1
1903	17 611,9	9,8	17 602,1
1904	17 374,2	7,8	17 366,4
1905	16 730,6	5,3	16 725,3
1906	17 272,5	5,8	17 266,7
1907	17 585,0	3,7	17 581,3
1908	18 273,5	2,3	18 271,2
1909	18 443,3	13,2	18,430 1
1910	18 718,3	0,3	18 718,0
1911	18 122,5	0,1	18 122,4
1912	17 903,8	0,3	17 903,5
1913	18 281,4	—	18 281,4
1914	18 231,3	—	18 231,3
1915	17 914,4	—	17 914,4
1916	18 806,3	—	18 806,3
1917	19 679,4	—	19 679,4
1918	20 979,8	—	20 979,8
enero a marzo 1919	5 574,5	—	5 574,5
abr. 1919 a mar. 1920	18 177,7	—	18 177,7
abr. 1920 a mar. 1921	17 555,1	—	17 555,1
abr. 1921 a mar. 1922	19 704,7	—	19 704,7
abr. 1922 a mar. 1923	22 168,5	2,3	22 166,2
abr. 1923 a mar. 1924	20 321,1	56,8	20 264,3
abril a junio de 1924	4 869,7	21,0	4 848,7
jul. 1924 a jun. 1925	21 178,8	74,0	21 104,8
jul. 1925 a jun. 1926	25 606,4	69,0	25 537,4
jul. a dicbre. 1926	13 544,4	25,7	13 518,7
1927	26 728,6	62,5	26 666,1
1928	27 044,0	—	27 044,0
1929	27 262,2	—	27 262,2
1930	28 223,5	—	28 223,5
1931	27 897,9	8,6	27 889,3
1932	25 755,8	4,5	25 751,3
1933	25 537,9	—	25 537,9
1934	25 559,3	—	25 559,3

Cuadro B V
IMPORTACIONES DE TABACO ELABORADO

Años (1)	Compañía Arrendataria (2)	Particulares (3)
	Millares de kilogramos	Millares de kilogramos
1901	8,2	57,6
1902	3,3	93,2
1903	57,3	23,9
1904	56,1	8,1
1905	42,6	10,2
1906	78,5	18,6
1907	46,5	6,8
1908	80,3	6,9
1909	105,3	4,8
1910	74,7	6,0
1911	53,6	5,7
1912	65,7	3,9
1913	73,7	4,7
1914	141,1	5,2
1915	95,5	4,9
1916	106,2	10,8
1917	150,1	6,5
1918	204,4	7,1
1919	134,1	8,3
1920	3 299,3	30,7
1921	2 795,0	9,6
1922	5 040,2	7,0
1923	9 251,7	8,1
1924	5 743,6	3,8
1925	1 490,2	3,5
1926	116,1	5,1
1927	1 540,0	5,4
1928	1 335,6	8,5
1929	854,4	6,6
1930	545,7	6,6
1931	1 078,7	5,0
1932	1 011,1	5,4
1933	806,8	2,7
1934	1 405,5	2,5

Acerca de las labores extranjeras, los estados número 7 duplicado de la contabilidad auxiliar de la Arrendataria, a que ya nos hemos referido anteriormente, contienen las cantidades físicas de las labores extranjeras vendidas en comisión, hasta el año 1916. Como en dichos años las ventas directas de labores extranjeras y las de labores de Canarias fueron sumamente pequeñas, no puede introducirse error de consideración, por suponer para estas dos últimas clases de labores el mismo precio medio que para las labores extranjeras vendidas en comisión. Con aquellos datos directos y con los deducidos según acabamos de indicar, hemos formado las columnas (4), (5) y (6) del *cuadro II* en los años comprendidos entre 1901 y 1916.

A partir del año 1917, la falta de los estados, tantas veces aludidos, de la Contabilidad auxiliar nos priva de las cifras directas de las cantidades vendidas de labores extranjeras ¹⁾.

Esta carencia de datos directos referentes a las cantidades vendidas de labores extranjeras, nos ha obligado a determinarlas por el procedimiento indirecto que nos ha parecido más plausible. Para ello hemos acudido a la Estadística del Comercio Exterior de España, y de ella hemos tomado las cantidades de tabaco elaborado importadas por la Arrendataria, cuyas cifras reproducimos en la columna (2) del *cuadro B V*.

El tabaco elaborado importado por la Arrendataria, a que se refiere la Estadística del Comercio Exterior, constituye, evidentemente, las labores procedentes del Extranjero, cuyas ventas anuales tratamos de determinar. Pero no debemos olvidar que en la Estadística del Comercio Exterior se recogen las cantidades importadas anualmente, que no pueden coincidir con las cantidades vendidas durante el mismo tiempo, sino en el caso especial de que no hubieran sufrido variación las existencias de tales labores que tuviera en su poder la Compañía. Si comparamos las cifras de la Estadística del Comercio Exterior (columna (2) del *cuadro B V*) con las cantidades obtenidas directamente para las ventas de labores extranjeras (suma de las columnas (4) y (5) del *cuadro II*, años 1901 a 1916), observaremos una gran disparidad por lo que toca a los años 1901 y 1902, influida, sin duda, por la proximidad de nuestra última guerra colonial. En los años siguientes las diferencias de unas y otras cifras no son grandes, pudiendo explicarse por las oscilaciones experimentadas por las existencias en poder de la Compañía. En un período suficientemente largo para que la variación entre las existencias al principio y al final del mismo pueda considerarse como despreciable al lado del volumen total, la suma de las cifras de la Estadística del Comercio Exterior, correspondientes a las labores importadas, coincide sensiblemente con las de las labores extranjeras vendidas. Así ocurre que la suma de las labores importadas

¹⁾ El deseo de obtener dichas cifras, tan importantes para nuestra investigación, nos movió a efectuar gestiones cerca del alto personal de la Compañía, en busca de indicaciones totales o parciales sobre este respecto, sin que hayamos podido obtener resultado positivo, a pesar de los buenos deseos y amabilidad de dicho personal, que tanto hemos de agradecer.

desde el año 1903 al 1916, ambos inclusive, da la cantidad de 1.077,1 toneladas, y las ventas de labores extranjeras durante el mismo tiempo ascienden a 896,5. La diferencia es algo mayor del 15 por 100, en que las primeras exceden a las segundas. (Exactamente, a 100 de importaciones corresponde 83,23 de ventas.) Sin embargo, por las informaciones que directamente nos hemos procurado, debe suponerse que esta diferencia, debida probablemente a los errores introducidos al efectuar el destare, es menor en los años sucesivos, y parece prudencial estimarla en un 9 por 100 para el período de 1917 a 1934, que tenemos que considerar. En consecuencia, a partir de 1917, en que no tenemos cifras directas de labores extranjeras vendidas, utilizamos como elemento para calcular dichas ventas las cifras de importaciones contenidas en la Estadística del Comercio Exterior. Para efectuar el cálculo empezamos por reducir las cifras de importaciones en un 9 por 100, que consideramos como error sistemático, en vista de las consideraciones que acabamos de exponer. Las cifras de importaciones así corregidas corresponden a las de ventas, con tal de que se tomen

Cuadro
CANTIDADES DE LABO

Años (1)	Labores extranjeras en comisión			Labores extranjeras de ventas	
	Importe (2)	Precio medio (3)	Cantidad (4) = (2) : (3)	Importe (5)	Precio medio (6)
	Millares de pesetas	Pesetas por kilogramo	Millares de kilogramos	Millares de pesetas	Pesetas por kilogramo
1917	8 870,1	90,0	98,6	—	—
1918	11 070,2	90,0	123,0	—	—
1919	15 606,9	90,0	173,4	—	—
1920	21 376,5	90,0	237,5	17 539,2	19,0
1921	23 289,8	90,0	258,8	32 368,8	19,0
1922	21 669,6	90,0	240,8	61 781,4	19,0
1923	20 676,9	90,0	229,7	96 398,3	19,0
1924	20 813,2	90,0	231,3	100 784,6	19,0
1925	21 491,9	90,0	238,8	55 945,7	19,0
1926	22 544,6	90,0	250,5	14 032,8	19,0
1927	20 177,4	85,0	237,4	2 135,8	19,0
1928	22 736,6	78,0	291,5	2 195,4	19,0
1929	24 086,5	78,0	308,8	826,5	19,0
1930	25 753,3	78,0	330,2	398,5	19,0
1931	26 282,0	78,0	336,9	1 006,6	19,0
1932	23 864,7	78,0	306,0	479,4	19,0
1933	22 603,2	78,0	289,8	416,6	19,0
1934	24 232,3	74,5	325,2	62,9	19,0

períodos largos, y para obtener las cifras anuales habremos de efectuar, dentro de cada uno de dichos períodos, un reparto proporcional con arreglo a las respectivas recaudaciones.

En el *cuadro B VI* consignamos detalladamente el artificio de cálculo que hemos utilizado. En sus columnas (2), (5) y (8) se indica el importe de las ventas de las labores extranjeras, distribuido entre los tres grupos que se distinguen en las mismas, según que sean labores extranjeras vendidas en comisión, labores extranjeras en régimen de ventas directas o labores procedentes de Canarias. Debemos advertir que las cifras de los años 1932, 1933 y 1934 no reflejan la recaudación total por las ventas de las respectivas labores, pues ha sido deducida la parte correspondiente a los aumentos de precios introducidos por la reforma de tarifas establecida en 1.º de abril de 1932, lo que hemos efectuado con el propósito de lograr que las cifras de recaudación consignadas en el cuadro respondiesen en lo posible a las mismas tarifas.

La fijación de los precios medios consignados en las columnas (3),

B VI.

RES EXTRANJERAS

directas	Labores de Canarias			Total de cantidades
Cantidad (7) = (5) : (6)	Importe (8)	Precio medio (9)	Cantidad (10) = (8) : (9)	(11) = (4) + (7) + (10)
Millares de kilogramos	Millares de pesetas	Pesetas por kilogramo	Millares de kilogramos	Millares de kilogramos
—	—	—	—	98,6
—	—	—	—	123,0
—	—	—	—	173,4
923,1	—	—	—	1 160,6
1 703,6	—	—	—	1 962,4
3 251,7	—	—	—	3 492,5
5 073,6	4 124,1	25,0	165,0	5 468,3
5 304,5	16 400,5	25,0	656,0	6 191,8
2 944,5	18 499,6	25,0	740,0	3 923,3
738,6	11 777,6	25,0	471,1	1 460,2
112,4	24 643,9	25,0	985,8	1 335,6
115,5	25 061,4	25,0	1 002,5	1 409,5
43,5	23 723,6	25,0	948,9	1 301,2
21,0	24 680,7	25,0	987,2	1 338,4
53,0	23 798,5	25,0	951,9	1 341,8
25,2	13 805,6	25,0	552,2	883,4
21,9	11 832,8	25,0	473,3	785,0
3,3	17 851,0	23,5	759,6	1 088,1

(6) y (9) de este *cuadro* ha sido objeto de laboriosos tanteos, a fin de conseguir el acoplamiento de unos precios medios que, por una parte, fueran plausibles, según las indicaciones que personalmente se han servido procurarnos en las oficinas de la Arrendataria y que, además, al dividir por ellos las recaudaciones obtenidas, dieran por resultado unas cantidades importadas cuya suma en todo el período considerado fuese igual a la de las cifras de importaciones, recogidas en la Estadística del Comercio Exterior, disminuída en el 9 por 100 en que hemos valorado su error sistemático.

El precio medio de las labores extranjeras de ventas directas ha sido considerado fijo para todo el período, y se ha estimado igual a 19 pesetas por kilogramo, o sea inferior al de las clases finas de las labores peninsulares. Para establecerlo así hemos tenido en cuenta que dichas labores extranjeras eran en su mayor parte de baja calidad, pues en los años en que sus importaciones fueron grandes, estaban destinadas a suplir a las labores peninsulares, de las que entonces hubo gran escasez. Creemos ocioso repetir que tanto para éstas como para las demás labores extranjeras, el precio medio que hemos tomado para los años 1932, 1933 y 1934 omite los recargos introducidos por la última reforma de tarifas. Por tanto, en la determinación de las cantidades vendidas en dichos años prescindimos de la reforma referida, puesto que obtenemos el cociente entre recaudaciones y precios, sin tener en cuenta ni en aquéllas ni en éstos la parte correspondiente a los recargos.

Para las labores procedentes de Canarias hemos tomado el precio medio de 25 pesetas por kilogramo, salvo para el año 1934, en que lo hemos rebajado a 23,50 pesetas por kilogramo. En las labores extranjeras vendidas en comisión hemos establecido cuatro precios distintos: Desde 1917 a 1926, el de 90 ptas/kg, que salva la continuidad con el de los años anteriores; desde 1928 en adelante hemos tomado un precio más bajo, el de 78 ptas/kg, para tener en cuenta los efectos del Tratado de comercio concertado con Cuba en 1927; para dicho año tomamos un precio intermedio, de 85 ptas/kg, y, por último, para 1934 bajamos nuevamente el precio, a 74,50 ptas/kg.

La columna (1) del *cuadro B VI* contiene los totales de ventas anuales de labores extranjeras. La suma de todos los términos de esta columna da un total de 33.537,1 millares de kilogramos para las ventas de labores extranjeras efectuadas desde los años 1917 a 1934, ambos inclusive. La suma del tabaco elaborado importado por la Arrendataria en el mismo tiempo, según la hemos recogido en la columna (2) del *cuadro B V*, asciende a 36.803,1 millares de kilogramos. Por tanto, podemos ver que las cifras que consignamos para las cantidades de valores vendidas, al agruparse para un largo período de tiempo, guardan con las cantidades de labores importadas la relación que habíamos fijado.

Con las columnas (4), (7) y (10) del *cuadro B VI* podemos completar las columnas (4), (5) y (6) del *cuadro II* para los años siguientes al 1916, en el que habían quedado detenidas anteriormente.

CANTIDADES DE TABACO IMPORTADAS POR LOS PARTICULARES.

En la determinación de las cantidades de tabaco consumidas nos queda tan sólo por explicar las cifras correspondientes a las labores importadas por los particulares. Los estados de liquidación de la Renta no contienen ninguna indicación sobre tales cifras. La Estadística del Comercio Exterior de España ha publicado sobre dichas cantidades las cifras que reproducimos en la columna (3) del *cuadro B V*, cuyo examen acusa unas irregularidades mucho mayores que las de la columna (2) del *cuadro B III*, expresiva de las recaudaciones en concepto de derechos por la importación de las mismas labores, o que la columna (5) de este último *cuadro*, que representa el valor total de las labores referidas.

En esta divergencia entre la Estadística del Comercio Exterior y las cifras publicadas en las liquidaciones de la Renta, según las informaciones que hemos podido recoger, debe darse la preferencia a estas últimas, salvo en los años 1932 y siguientes, en que fué mejorada la manera de formarse la Estadística del Comercio Exterior. En consecuencia, tomamos como cantidades de labores importadas por los particulares las que resultan de suponer para ellas los mismos precios medios anuales de las labores extranjeras expendidas por el Monopolio, o sea que formamos la columna (7) del *cuadro II*, desde el año 1901 al 1931, dividiendo ordenadamente la columna (6) del *cuadro I* por el precio medio de las labores extranjeras, el cual, a su vez, ha sido obtenido mediante la división ordenada de la suma de los términos de las columnas (4), (5) y (6) del *cuadro I* por la suma de los que integran las columnas de idéntica designación en el *cuadro II*.

La columna (7) en cuestión se ha completado con los datos directos de la Estadística del Comercio Exterior correspondientes a los años 1932, 1933 y 1934.

APENDICE C

El movimiento de la población

Para estudiar la variación del consumo y sus relaciones con los factores de que pueda depender, la primera consideración en que lógicamente ha de pensarse es la influencia que en el consumo total ha ejercido el desarrollo numérico de la población durante el período examinado. Por tanto, debemos obtener las cifras de consumo medio por habitante, calculadas como cociente de dividir las de consumo total por el número medio de habitantes durante el año respectivo.

Para determinar las cifras de población que nos interesan, partimos de los resultados que arroja el censo de población, totalizados en 31 de diciembre de los años 1900, 1910, 1920 y 1930, de los que tomamos las cifras correspondientes a la población de hecho en la

España peninsular y Baleares, que son las que consignamos a continuación :

Fecha	Población de España Peninsular y Baleares
31 diciembre 1900	18 235 841
31 diciembre 1910	19 483 134
31 diciembre 1920	20 845 499
31 diciembre 1930	23 008 739

Tomamos como base para el cómputo de la población intercensal las cifras precedentes, y entre las distintas leyes que podrían admitirse para efectuar los cálculos de interpolación, elegimos la fórmula correspondiente a la parábola de tercer grado entre los logaritmos. Para hacerlo así nos hemos fundado en dos consideraciones: por una parte, en la conveniencia de adoptar una ley geométrica para el crecimiento de la población, lo que nos lleva a no operar directamente con los números, sino con sus logaritmos, y, por otro lado, en el deseo de emplear un desarrollo que careciese de discontinuidades, lo que ha motivado la aplicación de la función parabólica ajustada a los logaritmos de los puntos conocidos, y como éstos son cuatro, la función utilizada ha sido la parabólica de tercer grado, como la más sencilla de las que contienen los cuatro coeficientes necesarios para el ajuste. Para el cálculo extracensal de la población posterior a 1930, adoptamos la función cuyo logaritmo representa la línea recta tangente a la curva anterior en el punto correspondiente al fin del año 1930.

Puesto que los valores que interesan para nuestros cálculos son los medios de cada año, suponemos que el crecimiento es lineal dentro de cada uno, y tomamos como valores medios los correspondientes al punto medio de cada año. De este modo han sido obtenidos los valores medios de la población dentro de cada uno de los años 1901 a 1934, cuyas cifras aparecen recogidas en el *cuadro C I*. No se nos oculta que la forma de parábola de tercer grado entre los logaritmos, que hemos adoptado para representación del movimiento de la población, y que en el trozo comprendido entre 1920 y 1930 dirige su concavidad hacia las yy positivas, da lugar a diferencias anuales que pueden parecer exageradas en los años próximos a 1930, y que todavía son acentuadas en la extrapolación efectuada por los años posteriores, hasta 1934. Para juzgar sobre este punto debemos hacer notar que, según es sabido, el movimiento de la población española es el resultado de dos componentes que actúan en sentido opuesto: el aumento de la población, resultado de la reproducción natural de la misma, y una corriente emigratoria de bastante intensidad. Sin embargo, la importancia de la corriente migratoria ha ido reduciéndose progresivamente. En el decenio de 1901 a 1910 el exceso de emigran-

tes sobre inmigrantes (por mar) fué de 412 millares; de 1911 a 1920, de 288 millares, y de 1921 a 1930, de 131 millares. Si tenemos en cuenta que en los años posteriores a 1930 la emigración ha desaparecido, como consecuencia de la depresión económica mundial y de las restricciones y prohibiciones opuestas por muchos países a la inmigración, y que ha llegado a producirse algún movimiento contrario, de repatriación de emigrados, a quienes dejaban sin trabajo las providencias adoptadas en el extranjero para proteger a los respectivos nacionales, queda justificado el mayor incremento que da para los últimos años el procedimiento de cálculo que hemos adoptado ¹⁾.

¹⁾ Aunque nuestras cifras son algo superiores a las de la población calculada en el *Manual de Estadística* de 1941, publicado por la Dirección General de Estadística (pág. 22), las diferencias no llegan, ni aun en el año 1935, al 1 por 100, por lo cual carecen de importancia los errores que se derivan.

Cuadro C I

MOVIMIENTO DE LA POBLACION

(Península y Baleares.)

Años (1)	Población media del año (2)
	Millares de habitantes
1901	18 304,0
1902	18 437,2
1903	18 567,6
1904	18 694,7
1905	18 819,3
1906	18 942,9
1907	19 063,0
1908	19 183,2
1909	19 303,0
1910	19 422,9
1911	19 543,6
1912	19 665,6
1913	19 789,5
1914	19 916,0
1915	20 045,6
1916	20 179,1
1917	20 317,0
1918	20 460,2
1919	20 609,2
1920	20 769,9
1921	20 928,0
1922	21 099,2
1923	21 279,4
1924	21 469,4
1925	21 670,2
1926	21 882,5
1927	22 107,4
1928	22 345,9
1929	22 599,1
1930	22 868,0
1931	23 152,1
1932	23 441,4
1933	23 734,5
1934	24 031,0

APENDICE D

El índice general de precios al por menor

Ante la carencia de un índice general de precios al por menor en nuestro país, pues el Instituto Geográfico, Estadístico y Catastral publicaba solamente los correspondientes a las plazas de Madrid y Barcelona, hemos acudido a los índices de precios de artículos de primera necesidad, que comenzó a formar el Instituto de Reformas Sociales y continuó el Ministerio que se denominaba de Justicia, Trabajo y Sanidad en 1936. Dichos índices están calculados como media aritmética de los índices parciales de los doce artículos siguientes: pan de trigo, carne de vaca, carne de carnero u oveja, bacalao, patatas, garbanzos, arroz, vino, leche, huevos, azúcar y aceite. Se forman dos series de índices, una para las capitales y otra para los pueblos, y ambas comprenden índices semestrales, uno de verano, que abarca los meses de abril a septiembre, y otro de invierno, que comprende los de octubre a marzo. Hemos tomado del *Boletín del Instituto de Reformas Sociales* los índices correspondientes al quinquenio limitado por abril de 1909 y marzo de 1914, cuyo promedio sirve de base a los índices posteriores; éstos están publicados por el *Boletín del Ministerio de Trabajo, Sanidad y Previsión*¹⁾. En el cuadro D I, columnas (2) y (3), presentamos las series de índices anuales, para las capitales y los pueblos, respectivamente. Cada índice está formado como media aritmética de los correspondientes al verano del mismo año y a los inviernos anterior y posterior, con ponderación doble para el del verano. Para los años anteriores a 1909, a los cuales tampoco llega la serie de índices al por mayor elaborada por el Instituto Geográfico, Estadístico y Catastral, hemos acudido a los números índices preparados por la Comisión que dictaminó sobre la implantación del patrón oro²⁾, que corresponden a los precios al por mayor publicados por la Cámara de Comercio de Barcelona. En la columna (4) del cuadro D I reproducimos los índices de los años 1901 a 1909. Dada la estabilidad general de los precios durante los primeros años del siglo, creemos que no se originan errores sensibles por la introducción de estos elementos, referentes a precios al por mayor, en la serie de índices de precios al por menor. La carencia de material informativo sobre aquellos años nos ha obligado a incurrir en esta incorrección teórica que, sin quebranto de la exactitud de los resultados, nos permite disponer de una serie de índices extensiva a todo el período de nuestro estudio.

¹⁾ La serie de abril de 1914 a septiembre de 1934 se inserta en el núm. 57, págs. 422 a 425.

²⁾ «Dictamen de la Comisión nombrada por R. O. de 9 de enero de 1929, para el estudio de la implantación del patrón oro». Imp. Samarán, Madrid, 1929, pág. 109. Reimpreso en *Documentación Económica*, Madrid, núms. 3 a 5, abril a junio de 1945.

Cuadro D I.

INDICES DE PRECIOS AL POR MENOR

Años	Indice de capitales	Indice de pueblos	Indice	Indice de artículos de primera necesidad	Indice con oscilación atenuada por 0,7615	Indice con oscilación atenuada por 0,675 88
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1901	—	—	96,9	0,966 07	0,974 16	0,977 07
1902	—	—	94,7	0,944 13	0,957 45	0,962 24
1903	—	—	97,7	0,974 04	0,980 23	0,982 45
1904	—	—	99,5	0,991 99	0,993 90	0,994 59
1905	—	—	100,0	0,996 97	0,997 69	0,997 95
1906	—	—	97,3	0,970 05	0,977 19	0,979 76
1907	—	—	101,4	1,010 93	1,008 32	1,007 39
1908	—	—	98,6	0,983 01	0,987 06	0,988 52
1909	99,5	98,1	97,3	0,970 05	0,977 19	0,979 76
1910	98,5	100,7	—	0,972 99	0,979 44	0,981 75
1911	100,3	100,1	—	0,983 80	0,987 66	0,989 05
1912	100,1	99,5	—	0,979 87	0,984 67	0,986 39
1913	102,6	101,1	—	1,000 00	1,000 00	1,000 00
1914	106,4	105,8	—	1,041 73	1,031 78	1,028 20
1915	113,7	113,4	—	1,114 38	1,087 10	1,077 31
1916	120,1	122,7	—	1,191 95	1,146 17	1,129 74
1917	140,1	143,7	—	1,393 22	1,299 44	1,265 77
1918	166,2	176,6	—	1,628 87	1,520 01	1,461 54
1919	183,1	197,5	—	1,873 34	1,665 50	1,590 27
1920	197,7	215,1	—	2,026 51	1,781 69	1,693 80
1921	178,5	195,7	—	1,837 01	1,637 38	1,565 72
1922	171,6	182,9	—	1,740 30	1,563 74	1,500 35
1923	169,7	179,4	—	1,713 30	1,543 18	1,482 11
1924	183,2	199,7	—	1,879 72	1,669 91	1,549 59
1925	186,6	202,6	—	1,910 65	1,693 46	1,615 49
1926	183,1	198,4	—	1,872 85	1,664 68	1,589 94
1927	180,9	193,1	—	1,836 03	1,636 64	1,565 06
1928	168,0	179,8	—	1,707 41	1,538 69	1,478 12
1929	167,5	178,7	—	1,697 59	1,531 21	1,471 49
1930	168,9	185,3	—	1,738 83	1,562 62	1,499 36
1931	175,6	192,9	—	1,809 03	1,616 08	1,546 81
1932	175,1	189,1	—	1,787 92	1,600 00	1,532 54
1933	170,0	183,2	—	1,733 92	1,558 88	1,496 04
1934	171,4	186,3	—	1,756 01	1,575 70	1,510 97

Con los elementos contenidos en las columnas (2), (3) y (4) de este *cuadro* hemos formado la serie de índices incluida en la columna (5) del mismo. Para ello hemos comenzado por sustituir las series de las columnas (2) y (3) por la media aritmética de ambas. Aunque pudiera parecer que en la formación de la media corresponde mayor ponderación en la serie de los pueblos, no la hemos adoptado, por considerar que el menor número de habitantes de las capitales queda en gran parte compensado por el mayor consumo individual de tabaco. Los términos de la columna (4) han sido multiplicados por el coeficiente adecuado para efectuar en el año 1909 la soldadura, sin solución de continuidad, con la serie resultante de las columnas (2) y (3). Por último, hemos introducido la transformación proporcional necesaria para que resulte, como base, el índice de 1913 igual a la unidad. De este modo se ha obtenido la serie de la columna (5), que, con las restricciones derivadas de las limitaciones de sus materiales, puede tomarse como indicación del movimiento de los precios de los artículos de primera necesidad.

Sin embargo, por esta misma limitación de referirse a artículos de primera necesidad y en corto número (17 en los años 1901 a 1908 y 12 en 1909 y siguientes), los números índices que acabamos de preparar no parecen adecuados para expresar el poder adquisitivo del dinero en manos del consumidor, pues son numerosísimos los servicios y mercancías de uso corriente no considerados en dichos índices. Por regla general, las variaciones de los precios de los artículos de primera necesidad han sido, durante lo que va de siglo, mayores que en los demás bienes y servicios, y por eso las oscilaciones de los mencionados índices nos parecen exageradas para representar las del poder de compra del dinero. En las columnas (6) y (7) de este *cuadro D I* incluimos otros números índices, cuya oscilación ha sido atenuada por los coeficientes 0,761 50 y 0,675 88, que vamos a justificar ahora.

Para comprobar si, en efecto, las oscilaciones del índice de precios de artículos de primera necesidad son exageradas, vamos a sustituir este índice por una función del mismo, cuyas características determinaremos con la condición de que reúnan la máxima probabilidad, siendo compatibles con las demás relaciones del problema.

Partimos del supuesto de que el consumo de tabaco por habitante es una función lineal del precio «real» del tabaco y de la renta «real» individual. Por tanto, si x_1 designa el consumo de tabaco por habitante, x_2 el precio nominal del tabaco, x_3 la renta nominal individual y P el índice general de precios al por menor, la hipótesis indicada exige que

$$x_1 = a + b \frac{x_2}{P} + c \frac{x_3}{P} . \quad [1]$$

Designamos por p el índice de precios de artículos de primera ne-

cesidad, y damos a P la forma de una función lineal de p , que escribimos

$$P = 1 + (p - 1) H, \quad [2]$$

por la ventaja de que H expresa directamente, según que sea mayor o menor que la unidad, la formación de P como ampliación o atenuación de las oscilaciones de p respecto a la base unitaria común a ambos índices.

Sustituída la fórmula [2] en la [1], ésta se transforma, después de quitar denominadores y efectuar la transposición y reducción de términos, en la

$$x_1 = a[1 + (p - 1) H] + bx_2 + cx_3 + Hx_1(p - 1).$$

En esta ecuación, x_1 , x_2 , x_3 y p son variables de las que poseemos un valor observado por cada año. Podemos, pues, calcular los valores más probables de los coeficientes, entre los que figura H , que deseamos determinar porque caracteriza el índice de precios formado por la atenuación o ampliación de las oscilaciones del índice de precios de artículos de primera necesidad, compatible con el supuesto admitido de relación lineal entre el consumo de tabaco por habitante, su precio «real» y la renta «real» individual. Sin embargo, como H entra, a su vez en el paréntesis que multiplica al coeficiente a , para calcular H por el método de los mínimos cuadrados le asignamos un valor provisional que permita calcular aquel paréntesis, y despejamos entonces H , como coeficiente del último término, por medio de sistema de ecuaciones normales que se forma. El valor de H es aquel que, despejado como queda dicho, reproduce el mismo introducido provisionalmente.

Para efectuar los cálculos hemos prescindido de las observaciones correspondientes a los años 1919, 1920 y 1921, pues durante ellos la escasez de labores fué tan notoria, que no cabe estimar las cantidades como consumo normal, ya que las labores puestas a la venta se agotaban, en ocasiones con gran rapidez, ni tampoco los precios medios eran los normales, toda vez que el público no elegía libremente sus adquisiciones, sino que había de sujetarse a las existencias. Se han llevado a cabo las operaciones con los datos pertenecientes a los años 1901 a 1918 y 1922 a 1934, todos ellos incluidos, que han permitido encontrar el valor

$$H = 0,761 \ 50,$$

según el cual debe tomarse como índice general de precios el que reduzca a tres cuartas partes la oscilación del índice de precios de artículos de primera necesidad.

Efectuados los cálculos del índice que resulta de la aplicación de dicho coeficiente según la fórmula [2], han quedado registrados en la columna (6) del cuadro *D I*. Dichas cifras se han utilizado como divisor de los precios nominales y de los índices de renta nominal por ha-

bitante, para calcular después la regresión lineal múltiple entre el consumo por habitante x_1 (expresado en kilogramos), los precios reales x'_2 («pesetas de 1913» por kilogramo) y la renta real por habitante x'_3 (índice). En la función

$$x_1 = a + b_{12,3} x'_2 + b_{13,2} x'_3,$$

se obtienen por mínimos cuadrados, para los años 1901 a 1918 y 1922 a 1924, los valores

$$\begin{aligned} a &= 1,460\ 527 \\ b_{12,3} &= -0,074\ 401\ 1 \\ b_{13,2} &= 0,388\ 047\ 3. \end{aligned}$$

Efectuado con estos coeficientes el cálculo de las cantidades consumidas, y hecha la comparación con los respectivos valores observados, ha resultado que las mayores diferencias corresponden a los años 1901, 1902 y 1903, en los que el exceso del valor observado sobre el calculado es, respectivamente, del 6,53, 8,33 y 5,66 por 100. El hecho de que las tres mayores diferencias tengan el mismo sentido y pertenezcan a años consecutivos, hace pensar que los errores no sean accidentales, sino sistemáticos, y así se confirma si tenemos presente que en aquellos años, primeros del siglo actual, hubo en España una considerable repatriación de capitales, procedentes de las colonias, que mejoró sensiblemente la coyuntura, sin que ello se tradujese en el índice de renta que hemos realizado.

En consecuencia, hemos creído procedente excluir de nuestra serie los años 1901, 1902 y 1903, y con los restantes, o sea los 1904 a 1918 y 1932 a 1934, esto es, un total de veintiocho años, hemos repetido todos los cálculos de que hemos hecho mención. El valor hallado para el coeficiente de la función índice de precios ha sido

$$H = 0,675\ 88,$$

que reduce la oscilación del índice de precios que debemos emplear a los dos tercios de la del índice de precios de artículos de primera necesidad, valor sumamente plausible, cuyos resultados de aplicación, según la fórmula [2] conducen a las cifras contenidas en la columna (7) del cuadro D I.

Los índices de precios que acabamos de obtener, utilizados como divisor, nos permiten pasar de los precios nominales del tabaco, que habíamos considerado primeramente, a los precios «reales». Como todos los índices que hemos establecido tienen por valor la unidad para el año 1913, los precios «reales» calculados según aquéllos vienen referidos a la capacidad adquisitiva de la moneda española en el año 1913, concepto que expresaremos abreviadamente diciendo que dichos precios «reales» están medidos en «pesetas de 1913», esto es, que la unidad de los mismos es «lo que se compraba con una peseta en 1913».

APENDICE E

Un índice de la renta nacional

Por razón de la inexistencia en nuestro país de índices de la renta nacional, hemos tenido que formar, con las limitaciones impuestas por la escasez de medios, unas cifras que pueden ser utilizadas como referencia de las variaciones de la renta.

Con tal objeto, y a falta de otras fuentes informativas, hemos acudido a las cifras de recaudación del Presupuesto del Estado, entre las que tomamos las correspondientes a los conceptos que, a nuestro juicio, deben reflejar con mayor fidelidad las variaciones de la renta nacional. Estos conceptos son, fundamentalmente, los incluidos en las Secciones segunda y tercera del Presupuesto de ingresos, que comprenden, respectivamente, las Contribuciones indirectas y los Monopolios y Servicios explotados por la Administración.

Entre los ingresos de la Sección segunda hemos eliminado, por su incongruencia con nuestro propósito, los correspondientes a los Arbitrios de los puertos francos de Canarias, Derechos obvencionales de los Consulados y Gravamen sobre la marina mercante. También hemos deducido, de los ingresos de la Renta de Aduanas, los que provienen de los derechos de importación (con inclusión de los relativos al material de Obras públicas), pues durante los años de la Gran Guerra experimentaron una disminución enorme, debida a causas exteriores, pero no a un descenso de la coyuntura nacional.

De los ingresos comprendidos en la Sección tercera del Presupuesto, hemos excluido el producto de la «Gaceta de Madrid» y, desde luego, el de la Renta de Tabacos (comprendiendo los de Ceuta y Melilla), para no introducir en el índice de renta, que hemos de utilizar como una de las variables independientes, un elemento que hubiera dado origen a una correlación espúrea.

Como los ingresos de la Renta de Petróleos guardan estrecha conexión con los procedentes de la aplicación de los aranceles de Aduanas a la entrada de los correspondientes productos durante los años anteriores a la creación del Monopolio, la eliminación de estos últimos, comprendidos en el total de derechos de importación, exige que sea también excluido el producto de la Renta de Petróleos, pues de otro modo quedaría afectada la serie por una importante irregularidad. Asimismo hemos separado los ingresos por Patente Nacional de Automóviles en los años 1926 a 1932, durante los cuales han sido incluidos en la Sección segunda del Presupuesto, y que posteriormente han pasado a la Sección primera. Igualmente hemos eliminado la recaudación por el impuesto sobre el consumo de gasolina, que sólo data de 1932.

En la formación de nuestro índice entran, pues, los siguientes ingresos: timbre; impuestos sobre el azúcar, alcohol, achicoria, cerveza, transportes por vías terrestres y fluviales, transportes por mar y a la salida de las fronteras; impuesto de consumos; impuestos sobre

el consumo de gas, electricidad y carburo de calcio; impuesto sobre pólvora y materias explosivas; monopolio de cerillas; ingresos de correos, telégrafos y teléfonos; ingresos totales por loterías, y otros conceptos menos importantes.

Cuadro E I
INDICES DE RENTA

Años	Recaudación por ciertos ingresos presupuestarios Millones de pesetas	Índice de renta nacional nominal	Índice de renta nominal por habitante	Índice de renta «real» por habitante (*)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1901	333,3	0,754 93	0,816 22	0,835 4
1902	336,1	0,761 27	0,817 07	0,848 2
1903	351,8	0,796 83	0,849 23	0,864 4
1904	355,8	0,805 89	0,853 06	0,857 7
1905	356,2	0,806 79	0,848 36	0,850 1
1906	367,6	0,832 62	0,869 85	0,887 8
1907	377,9	0,855 95	0,888 56	0,882 0
1908	378,1	0,856 40	0,883 43	0,893 7
1909	375,7	0,850 96	0,872 42	0,890 4
1910	386,3	0,874 97	0,891 46	0,908 0
1911	390,3	0,884 03	0,895 13	0,905 0
1912	399,9	0,905 78	0,911 52	0,924 1
1913	441,5	1,000 00	1,000 00	1,000 0
1914	416,2	0,942 69	0,936 70	0,911 0
1915	402,7	0,912 12	0,900 50	0,835 9
1916	429,4	0,972 59	0,953 80	0,844 3
1917	442,0	1,001 13	0,975 10	0,770 4
1918	483,1	1,094 22	1,058 35	0,724 1
1919	576,1	1,304 87	1,253 00	0,787 9
1920	664,3	1,504 64	1,433 95	0,846 6
1921	764,9	1,732 50	1,638 30	1,046 4
1922	789,7	1,788 67	1,677 62	1,118 2
1923	844,0	1,911 66	1,777 80	1,199 5
1924	895,5	2,028 31	1,869 59	1,172 5
1925	949,3	2,150 17	1,963 63	1,215 5
1926	992,6	2,248 24	2,033 14	1,278 8
1927	1 047,0	2,371 46	2,128 87	1,356 4
1928	1 123,3	2,544 28	2,253 17	1,524 3
1929	1 163,9	2,636 24	2,308 44	1,568 8
1930	1 184,3	2,682 45	2,321 26	1,548 2
1931	1 144,1	2,591 39	2,215 06	1,432 0
1932	1 158,8	2,624 69	2,215 86	1,445 9
1933	1 189,7	2,694 68	2,246 87	1,501 9
1934	1 192,1	2,700 11	2,223 60	1,471 6

(*) Se ha utilizado como divisor el índice de precios de artículos de primera necesidad, atenuado por 0,675 88.

Para la preparación del índice hemos tomado las cifras totales de recaudación líquida que por los respectivos conceptos figuran en los resúmenes de Liquidación del Presupuesto a la terminación de cada ejercicio, formulados por la Intervención general del Estado. Acerca de los ingresos por Loterías conviene advertir que los citados Resúmenes de liquidación incluyen hasta el año 1912 las cifras de producto líquido, y como nos interesa computar el total de ingresos brutos por este concepto, que son los que figuran en los Resúmenes de liquidación a partir de 1913, hemos sumado, en los años anteriores a éste, la cifra correspondiente a los premios, tomada de la Cuenta general del Estado.

De este modo, y después de pasar, mediante repartos proporcionales por trimestres o semestres de los ejercicios económicos a los años naturales, han sido obtenidas las cifras que forman la columna (2) del *cuadro E I*, que, con no poca reservas, tomamos como referencia de la renta nacional durante lo que va de siglo, a falta de otras informaciones. En cuanto dichas cifras representan algunos ingresos del Presupuesto del Estado, van expresadas en millones de pesetas; pero, evidentemente, como indicación de la renta nacional carecen de valor absoluto y tienen tan sólo una significación relativa, es decir, correspondiente a la variación de la renta de unos años a otros ¹⁾.

En la columna (3) de este *cuadro* se incluyen las cifras proporcionales a las de la columna anterior, con el valor del año 1913 igual a la unidad. En la (4) se recogen los resultados de dividir la columna (3) por el índice del movimiento de la población, para que dicha columna (4) exprese el índice de la renta por habitante, y en la (5) figura el índice de la renta «real» por habitante.

¹⁾ En el artículo «La richesse et le revenu de la péninsule ibérique», publicado por J. A. VANDELLÓS en *Metron* (diciembre 1925, vol. V, núm. 4, págs. 151 a 186), se indica para la renta española en 1913-1914 la cifra de 10 745 millones de pesetas, y en 1923 la de 24 000 millones. El coeficiente de aumento es, pues, 2,23. Nuestra serie de índices arroja para dicho intervalo un aumento próximo a 2. (La relación entre el índice de 1923 y la media de los índices de 1913 y 1914 es 1,98, y si se toma la relación entre los índices de 1923 y 1914, año este último a que especialmente está referida la evaluación de J. Vandellós, resulta el cociente 2,04.)